Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. S. Roch
Martin Fuchssteiner
Katrin Krohne

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

WS 2006/07 21. November 2006

Analysis III

5. Übung

Aufgabe 1 Zum Aufwärmen

Lösen Sie folgende DGLn und geben Sie den maximalen Definitionsbereich der Lösungen an.

(a) $y' = e^y$ (b) $y' = e^y \sin x$ (c) $y' = \frac{1-y^2}{x}$

Aufgabe 2 Homogene Differentialgleichungssysteme 1. Ordnung

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der DGL

$$\mathbf{y}' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{y}$$

und geben Sie den maximalen Definitionsbereich der Lösung an.

Aufgabe 3 Variation der Konstanten

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichungssystems

$$\begin{aligned} y_1' &= -y_2 \\ y_2' &= y_1 + x \end{aligned}$$

Aufgabe 4 Lineare homogene Differentialgleichung

Bestimmen Sie ein reelles Fundamentalsystem sowie die Lösung von

$$y'(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} y(t), y(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 5 (6 Punkte)

System von homogenen linearen Differentialgleichungen] Es seien a, b, c, d reelle Zahlen. Bestimmen Sie ein Lösungsfundamentalsystem für das lineare Differentialgleichungssystem

$$\begin{array}{rcllll} y_1' &=& ay_1 & +by_2 & +cy_3 & +dy_4 \\ y_2' &=& & ay_2 & +by_3 & +cy_4 \\ y_3' &=& & & ay_3 & +by_4 \\ y_4' &=& & & & ay_4 \end{array}$$

sowie eine Lösung des Systems, die die Anfangsbedingungen

$$y_1(0) = y_2(0) = 1, y_3(0) = y_4(0) = 0$$

erfüllt.

Aufgabe 6 lineare inhomogene DGL (6 Punkte)

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des folgenden Systems von DGLn:

$$\begin{aligned} y_1' &= -4y_1 + 3y_2 + e^t \\ y_2' &= -10y_1 + 7y_2 + t \end{aligned}$$