H30

i) Angenommen, es gäbe eine Abbildung f, linear.

$\Rightarrow$ $\dim \operatorname{Bil}(f) = 2$ und $\dim(\ker f) = 1$ (1)

Dimensionsformel

$\Rightarrow$ $\dim(\mathbb{R}^4) = 4 = \dim \operatorname{Bil}(f) + \dim \ker(f)$

$\neq 2 + 1$ ↯ (1)

ii) $b_1 := \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $b_2 := \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ sind linear unabhängig.

Ebenso $c_1 := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $c_2 := \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Wir ergänzen b_1, b_2 jetzt zu einer Basis von $\mathbb{R}^4$ und c_1, c_2 zu einer Basis von $\mathbb{R}^3$ und wählen f so, daß. (2)

$f(b_1) := 0$, $f(b_2) := 0$, $f(b_3) := c_1$, $f(b_4) = c_2$.

$$\Rightarrow A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$ (1)

Wir haben bei der Def. viele Freiheiten.

z.B. $f(b_3) := c_2$, $f(b_4) = c_1$ (1)

$\Rightarrow$ f ist nicht eindeutig bestimmt.