H26

i) → iii)

Nach i) läßt sich 0 nur in einer Weise als $0 = x_1 + x_2$, $x_1 \in V_1, x_2 \in V_2$ schreiben. $0 = 0 + 0$ ist eine und somit die einzige.

$\Rightarrow$ iii) $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$

1

iii) → i)

Annahme: $x = x_1 + x_2$ und $x = y_1 + y_2$ mit $x_1, y_1 \in V_1$ und $x_2, y_2 \in V_2$.
$x_1 \neq y_1$ $x_2 \neq y_2$

$\Rightarrow$ $x_1 + x_2 - y_1 - y_2 = x_1 - y_1 + x_2 - y_2 = 0$

$\Rightarrow$ setze $z_1 = x_1 - y_1$ und $z_2 = x_2 - y_2$

$\Rightarrow$ $z_1 + z_2 = 0$ mit $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$ ↯

2

ii) → iii)

Annahme: $\lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 = 0$, $\lambda_1 \neq 0$, $\lambda_2 \neq 0$, $x_1 \in V$, $x_2 \in V$

$V_1 \ni \lambda_1 x_1 = -\lambda_2 x_2 \in V_2$ ↯ $V_1 \cap V_2 = \{0\}$

1

iii) → ii)

Annahme: $V_1 \cap V_2 \supsetneq \{0\}$

$\Rightarrow$ $\exists\, x_1 \in V_1$ und $\exists\, x_2 \in V_2$ mit $x_1 = x_2 \neq 0$

$\Rightarrow$ $x_1 - x_2 = 0$ ↯

1

$\Sigma_{H26} = 5$