H23

i) $\lambda_1(2x^3 - 2x^2 + 5x) + \lambda_2(-3x^3 + 3x^2 - x) + \lambda_3(x^3 - 18x^2 + 23x) = 0$

$(2\lambda_1 - 2\lambda_2 + \lambda_3)x^3 + (-3\lambda_1 + 3\lambda_2 - 18\lambda_3)x^2 + (5\lambda_1 - \lambda_2 + 23\lambda_3)\cdot x = 0$

$$\Rightarrow \begin{array}{l} 2\lambda_1 - 2\lambda_2 + \lambda_3 = 0 \\ -3\lambda_1 + 3\lambda_2 - 18\lambda_3 = 0 \\ 5\lambda_1 - \lambda_2 + 23\lambda_3 = 0 \end{array} \qquad 1$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -2 & 1 & 0 \\ -3 & 3 & -18 & 0 \\ 5 & -1 & 23 & 0 \end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -33 & 0 \\ 0 & 8 & 41 & 0 \end{array}\right)$$

$\Rightarrow \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0.$ 1

die Familie ist linear unabhängig.

$\dim(P_3(\mathbb{R})) = 4$, die Vektoren sind keine Basis.

Wir ergänzen um das Polynom $p(x) = 1$. 1

ii) Beachte die trigonometrische Formel.

$\sin^2 x = 1/2 - 1/2 \cos(2x)$.

$\Rightarrow \lambda_1 1 + \lambda_2 \sin^2(x) + \lambda_3 \cos(2x) = 0$

Wähle $\lambda_1 = 1/2$, $\lambda_2 = -1$, $\lambda_3 = -1$. 2

die Familie von Vektoren ist linear abhängig.

$\Sigma_{H23} = 4$