H21

i) $\lambda_1 \cdot \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} + \lambda_2 \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix} + \lambda_3 \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} = 0$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

1

$\Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$. die Familie ist linear unabhängig über $\mathbb{R}$.

Sie ist eine Basis da $\dim \left\langle \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} \right\rangle = 3 = \dim \mathbb{R}^3$. 1

ii) $\lambda_1 \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} + \lambda_2 \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix} + \lambda_3 \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} = 0$ Vorsicht, jetzt $\lambda_1, .. \lambda_3 \in \mathbb{F}_2$.

wähle $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1$

Beachte: $\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\1+1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$.

1

$\Rightarrow \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1+1\\0\\1+1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} = 0$.

1

die Vektoren sind linear abhängig.

Wir ersetzen $\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$ durch $\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$.

1

$(\dim (\mathbb{F}_2)^3 = 3)$

$\Sigma_{H21} = 5$