

H14

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0 \end{cases} \Rightarrow 2(x_1 + x_2) = 0 \quad (1)$$

Betrachte die Vektoren $\vec{x} \in W$, die die Gleichungen erfüllen,

$$\text{d.h. } x_1 + x_2 = 0 \text{ erfüllen. } \Rightarrow x_1 = -x_2 \quad (1)$$

$$\Rightarrow U \cap W = \left\{ \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} : \lambda \in \mathbb{R} \right\}$$

Eine Basis ist gegeben durch $\left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$. (1)

ii) wähle im LGS freie Parameter $x_1 = r, x_4 = s$. (1)

$$\Rightarrow x_2 = -r \quad (1/2)$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0 \end{cases} \Rightarrow -2(x_3 + x_4) = 0$$

$$\Rightarrow x_3 = -s \quad (1/2)$$

$$\Rightarrow U = \left\{ r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} : r, s \in \mathbb{R} \right\} \quad (1/2)$$

wähle als Basis $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$. (1/2)

\Rightarrow Eine Basis von $U \cap W$ ist $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$\left[\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \quad (1)$$

$$\sum H14 = 7$$