G72

i) • linear unabhängig, da der erste Vektor erste Komponente 0 besitzt.

• keine Basis

• ergänze um $\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$

ii)

• $\lambda_1\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}+\lambda_2\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}+\lambda_3\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}=0$

$$\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&0&0\\1&1&1&0\\0&1&1&0\end{array}\right)\rightsquigarrow\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&0&0\\0&0&1&0\\0&1&1&0\end{array}\right)\rightsquigarrow\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&0&0\\0&1&1&0\\0&0&1&0\end{array}\right)$$

$$\rightsquigarrow\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{array}\right)\rightsquigarrow\left(\begin{array}{ccc|c}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{array}\right)\Longrightarrow\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=0$$

• die Vektoren sind linear unabhängig.

• eine Basis ($\dim(\mathbb{R}^3)=3$!)

iii)

• linear unabhängig, da erste Vektor erste Komponente 0 besitzt.

• Basis $\dim(\mathbb{R}^2)=2$.

iv)

- $\lambda_1(x^2-1) + \lambda_2(x+1) + \lambda_3(x-1) + \lambda_4(1) = 0$

wähle $\lambda_1 = 0$ (x^2 hebt sich mit keinem der übrigen Terme weg!)

also $\lambda_2(x+1) + \lambda_3(x-1) + \lambda_4 = 0$

wähl $1/2 = \lambda_2 = -\lambda_3$ $\Rightarrow$ $\frac{1}{2}(x-1) - \frac{1}{2}(x+1) + \lambda_4 = 0$

$-1 + \lambda_4 = 0$

wähle $\lambda_4 = 1$.

$\Rightarrow$ linear abhängig, da Gleichung für $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = 1$, $\lambda_3 = -1$, $\lambda_4 = 1$ gleich Null ist.

- keine Basis $\dim P_3(\mathbb{Q}) = 4$.

- ergänze um x^3.

C

v)

- $\lambda_1 \cdot \sin(x) + \lambda_2 \cdot \cos(x) + \lambda_3 \cos(x) \sin(x) = 0$

$\lambda_2 = 0$, da $\cos(x)$ grade ist $\sin(x)$, $\cos(x) \cdot \sin(x)$ ungrade.

$\lambda_1 \sin(x) + \lambda_3 \cos(x) \cdot \sin(x) = \sin(\lambda_1 + \lambda_3 \cos(x))$

$\Rightarrow \lambda_1 = \lambda_3 = 0$.

linear unabhängig.