G10

Hinrichtung:

i) Sei $\vec{x}$ eine Lösung des homogenen LGS ($\vec{b}=0$).

$$\Rightarrow a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = 0 = \sum_{i=1}^{n} a_{1i}x_i$$

$$\vdots$$

$$a_{k1}x_1 + \dots a_{kn}x_n = 0 = \sum_{i=1}^{n} a_{ki}x_i$$

$$\Rightarrow A(\vec{x}) = 0$$

Rückrichtung:

Sei $\vec{x}$ mit $A(\vec{x})=0$.

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{n} a_{1i}x_i = a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = 0$$

$$\vdots$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ki}x_i = a_{k1}x_1 + \dots + a_{kn}x_n = 0$$

$\Rightarrow \vec{x}$ ist Lösung des LGS.

ii) Wir wissen $A(\vec{x}_0)=0$, bzw. $\vec{x}_0$ ist Lösung des homog. LGS und $A(\vec{x})=\vec{b}$.

$$\Rightarrow A(\lambda\vec{x}_0 + \vec{x}_b) \underset{L1}{=} A(\lambda\vec{x}_0) + A(\vec{x}_b) \underset{L2}{=} \lambda(A(\vec{x}_0)) + A(\vec{x}_b)$$

$$= \lambda\cdot 0 + \vec{b} = \vec{b}.$$