G6

a) Abb(X) ist Gruppe wegen G4.i) analog mit punktweiser Addition. ✓

Abelsch ✓ ($\mathbb{K}$ ist Körper)

(S1) $((\lambda+\mu)\cdot f)(x) = (\lambda+\mu)(f(x)) = \lambda f(x) + \mu f(x)$ ✓

(S2) $(\lambda(f+g))(x) = \lambda((f+g)(x)) = \lambda(f(x) + g(x)) = \lambda f(x) + \lambda g(x)$ ✓

(S3) $\lambda(\mu f(x)) = \lambda\mu f(x) = (\lambda\mu f)(x)$ ✓

(S4) $(1\cdot f)(x) = 1 \cdot f(x)$ ✓

für $\lambda, \mu \in \mathbb{K}$.

b)

i) ja, + ist auf $P(\mathbb{C})$ abgeschlossen.

ii) ja, + ist auf $P^0(\mathbb{C})$ abgeschlossen.

iii) nein, + ist auf $P^1(\mathbb{C})$ nicht abgeschl.

$\lambda p(0) = \lambda \neq 1$. ↯

iv) ja, + ist auf $P(\mathbb{C})$ abgeschl. Grad bleibt $\leq n$.

c)

1.) zz: $(c,+)$ ist abelsche Gruppe

- Abgeschl. von +: ✓ siehe Analysis 1 Summe von Folgen
- Assoz.: ✓ $a_i \in \mathbb{R}$ Körper.
- $\exists e$: $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}, a_i = 0 \ \forall i$. ✓
- $\exists (a_n)_n^{-1}$: Setze $a_n^{-1} = -a_n$. ✓.

- (S1) – (S4) klar, siehe Analysis 1.

ii) c_1 ist kein Vektorraum.

$(a_n)_n \in c_1$, $\lambda \in \mathbb{R}, \lambda \neq 1$, $\lim\limits_{n\to\infty} \lambda a_n = \lambda \neq 1$.

iii)

$\mathbb{K}$ ist Körper $\Rightarrow$ abelsche Gruppe $(\mathbb{K},+)$.

$(\mathbb{K},\cdot)$ ist abelsche Gruppe $\Rightarrow (S_1) - (S_4)$ ✓

$\mathbb{K}$ ist VR über $\mathbb{K}$.