Prof. Dr. W. Stannat
S. Fröhlich, H. Heck

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

WS 2006/2007
10.11.2006

3. Übungsblatt

Wiederholungsaufgaben

(W3) *Winkelfunktionen*

(i) Skizzieren Sie den Einheitskreis $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, x^2 + y^2 = 1\}$.

(ii) Erläutern Sie anhand Ihrer Skizze den Zusammenhang zwischen Gradmaß und Bogenmaß eines in den Einheitskreis eingezeichneten Winkels α.

(iii) Kennzeichnen Sie in Ihrer Skizze den Sinus und den Kosinus eines Winkels.

(iv) Begründen Sie anhand Ihrer Skizze die Identität

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad \text{für alle } \alpha \in \mathbb{R}.$$

(v) Skizzieren Sie schließlich die Funktionen sin, cos und tan in ein Koordinatensystem. Welche Perioden für diese drei Funktionen können Sie Ihrer Skizze entnehmen?

Präsenzaufgaben

(P7) *Geraden im Raum*

Liegen die Punkte $P = (3, 1, 8)^T$ und $Q = (1, 0, 4)^T$ auf der Geraden

$$g \,:\, \vec{x} = (1, 1, 2)^T + \lambda(1, 0, 3)^T \text{ ?}$$

(P8) *Geraden in der Ebene*

Gegeben seien die Geraden

$$g_1 \,:\, \vec{x} = (0, 1)^T + \lambda(1, 1)^T$$
$$g_2 \,:\, x + 2y = 1$$

→ Fertigen Sie eine Skizze an, und kennzeichnen Sie hierin die im folgenden gefragten geometrischen Größen.

(i) Bestimmen Sie jeweils einen Einheitsnormalenvektor an die Geraden, und ermitteln Sie damit die Hesseschen Normalformen. Interpretieren Sie die in diese Formen eingehenden Größen geometrisch.

(ii) Wie lautet der gemeinsame Schnittpunkt der Geraden?

(iii) Berechnen Sie schließlich den Winkel, unter welchen sich die Geraden schneiden.

Hinweis: Gemeint ist der „kleinere“ Winkel.

(P9) *Abstand Punkt-Ebene*

Wie groß ist der Abstand des Punktes P von der Ebene E?

(i) $P = (3, 6, 8)^T\,,\; E \,:\, 2x + 3y + z = 4$

(ii) $P = (2, -3, -1)^T\,,\; E \,:\, \vec{x} = (1, 2, -1)^T + \lambda(2, -2, 1)^T + \mu(1, -1, -1)^T$

Hausaufgaben

(H7) *Ebenen im Raum*

Bestimmen Sie die Gleichung der Ebene in Parameterform, die durch die von

$$P = (2,3,1)^T\,,\ Q = (-1,-4,3)^T\,,\ R = (-5,-2,1)^T$$

bestimmten Punkte geht. Bestimmen Sie ferner einen Einheitsnormalenvektor, und ermitteln Sie hieraus die Hessesche Normalform der Ebene.

(H8) *Punkt, Gerade und Ebene im Raum*

Betrachten Sie die in Parameterform gegebene Ebene

$$E\,:\,\vec{x} = (1,0,1)^T + \lambda(0,1,1)^T + \mu(1,2,-1)^T\,.$$

(i) Liegt der Punkt $P = (3,5,0)^T$ in der Ebene?

(ii) Liegt die Gerade $g\,:\,\vec{x} = (1,0,1)^T + \nu(-1,0,3)^T$ in der Ebene?

(H9) *Geraden und Ebenen im Raum*

Ermitteln Sie die Gleichung der Ebene, die durch den von P bestimmten Punkt geht und senkrecht auf der Geraden g steht.

(i) $P = (2,3,-2)^T\,,\ g\,:\,\vec{x} = (0,-1,1)^T + \lambda(0,0,1)^T$

(ii) $P = (1,-1,4)^T\,,\ g\,:\,\vec{x} = (1,0,1)^T + \lambda(1,0,-1)^T$