



## 6. Übungsblatt zur „Statistik I für Human- und Sozialwissenschaft“

### Aufgabe 21

(3 Punkte)

Drei Spieler bekommen jeweils einen Hut aufgesetzt, dessen Farbe (rot oder blau) durch einen Münzwurf (Kopf oder Zahl) bestimmt wird. Die Spieler kennen die Farbe ihrer eigenen Kopfbedeckung nicht, sehen aber die Hüte ihrer Mitspieler. Die Kommunikation untereinander ist verboten. Nun muss jeder Spieler entweder die Farbe seines Hutes raten oder passen. Tippt mindestens einer der drei die richtige Farbe und setzt keiner auf die falsche, so gewinnt das Team einen Preis.

Bestimmen Sie unter Verwendung eines geeigneten Laplaceschen  $W$ -Raumes die Wahrscheinlichkeit für das Team, einen Preis zu gewinnen, wenn

- einer der drei immer rot tippt und die anderen passen,
- das Team vereinbart, dass nur derjenige einen Tipp abgibt, der bei seinen beiden Mitspielern dieselbe Farbe sieht. Ist diese rot, so tippt er auf blau und umgekehrt.

**Hinweis:** Erstellen Sie eine Tabelle.

### Aufgabe 22

(3 Punkte)

Ein Zufallsgenerator erzeugt mit Ziffern aus  $\{0, 1, \dots, 9\}$  Ziffernblöcke der Länge 3. Geben Sie mit Begründung die Wahrscheinlichkeiten für folgende drei Ereignisse an:

- alle Ziffern verschieden
- genau ein Paar gleicher Ziffern
- drei gleiche Ziffern

Berechnen Sie zur Kontrolle die Summe aller Wahrscheinlichkeiten.

**Aufgabe 23**

(3 Punkte)

Student S. hat die Zahlenkombination des Schlosses seines Koffers vergessen. Damit sich das Schloss öffnen lässt, müssen drei Ziffern aus  $\{0, 1, \dots, 9\}$  jeweils richtig eingegeben werden.

Student S. versucht, das Schloss durch sukzessives Ausprobieren von rein zufällig gewählten Ziffernfolgen bestehend aus drei Ziffern aus  $\{0, 1, \dots, 9\}$  zu öffnen. Da er ein schlechtes Gedächtnis hat, kann er sich die bisher eingegebenen Ziffernfolgen nicht merken, so dass er unter Umständen mehrmals die gleiche Ziffernfolge eingibt.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei rein zufälligem Raten *einer* Ziffernfolge bestehend aus drei Ziffern aus  $\{0, 1, \dots, 9\}$  die richtige Ziffernkombination zu erhalten?

b) Sei  $k \in \mathbb{N}$  fest. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Student S. genau bei der  $k$ -ten Eingabe einer Ziffernfolge zum ersten Mal die richtige Ziffernkombination eingibt? *Hinweis:* Betrachten Sie das  $k$ -malige Werfen eines Würfels mit 1000 Seiten, die mit den Zahlen 1 bis 1000 beschriftet sind. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Würfel beim  $k$ -ten Wurf zum ersten Mal mit 1 oben landet?

c) Wie oben beschrieben versucht Student S. nun, das Schloss durch sukzessive Eingabe von rein zufällig gewählten Ziffernfolgen zu öffnen. Für das Einstellen einer Ziffernfolge und das Probieren, ob sich das Schloss öffnet, benötigt Student S. 15 Sekunden. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Student S. das Schloss innerhalb von zwei Stunden öffnen kann?

**Hinweis:** Für  $q \in \mathbb{R}$  und  $N \in \mathbb{N}$  gilt:

$$\sum_{i=0}^N q^i = \frac{1 - q^{N+1}}{1 - q}$$

**Aufgabe 24**

(3 Punkte)

Psychologin P untersucht den Einfluss von Gewaltspielen auf die Fahrfähigkeit. Unter anderem führt sie dabei folgende kontrollierte Studie durch: Sie teilt ihre 20 Testpersonen zufällig in zwei gleich große Gruppen, eine Studiengruppe und eine Kontrollgruppe. Jede Person aus einer der beiden Gruppen muss einen Fahrtstest absolvieren, der nur die möglichen Ausgänge bestanden oder nicht bestanden hat. Die Personen der Studiengruppe müssen allerdings vorher einige Zeit lang ein Gewaltspiel spielen. Als Versuchsergebnis erhält sie, dass von den Personen der Studiengruppe 7 Personen den Test nicht bestanden haben, während aus der Kontrollgruppe nur eine Person den Test nicht bestanden hat. Kann man ausschließen, dass es sich dabei um Zufall handelt?

**Hinweis:** Gehen Sie von der Hypothese aus, dass das Testergebnis lediglich auf den „Zufall“ zurückzuführen ist, d.h. dass 8 von den zwanzig Personen sowieso den Test nicht bestanden hätten und beim zufälligen Aufteilen der Personen in die beiden Gruppen, in der Studiengruppe mindestens 7 davon landen. Die Hypothese verwerfen Sie, wenn die Wahrscheinlichkeit dafür kleiner als 0.05 ist.

**Abgabe der Übung:** Eine Woche nachdem das Übungsblatt zu Ihrem Übungstermin bearbeitet wurde, zu Beginn der nächsten Übung bei Ihrer Übungsgruppenleiterin oder bei Ihrem Übungsgruppenleiter.