Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. K. Ritter
M. Fuchssteiner
Dr. M. Slassi

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

SS 2009
24.6.2009

11. Übungsblatt zur Mathematik II für BI, MaWi, WI(BI), AngGeo und VI

Gruppenübung

Aufgabe G1

Es seien $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ und $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y,z) := \begin{pmatrix} xyz \\ -xyz \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad g(x,y) := x^3 + y^3 - 3xy$$

gegeben.

(a) Bestimmen Sie alle lokalen Extrema von g.

(b) Ist die Frage nach lokalen Extrema von f sinnvoll? Begründen Sie ihre Antwort.

Aufgabe G2

Bestimmen Sie mit Hilfe einer Lagrange-Funktion die Extremalwerte von $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x,y) = xy,$$

unter der Nebenbedingung $g(x,y) = x^2 + 2y^2 - 1 = 0$. Ist diese Aufgabe auch mit den Methoden aus dem ersten Semester lösbar? Geben Sie gegebenfalls die Vorgehensweise an.

Aufgabe G3

Bestimmen Sie drei positive Zahlen, deren Summe gleich 90 und deren Quadratsumme minimal ist. Interpretieren Sie das Problem zunächst geometrisch, berechnen Sie dann ein lokales Extremum mit Hilfe einer geeigneten Lagrange-Funktion und begründen Sie dann geometrisch, wieso das gefundene lokale Extremum ein Minimum ist.

Hausübung

Aufgabe H1

Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x, y) := x^2 + xy + y^2 + x + y + 1.$$

Bestimmen Sie alle lokalen Extrema.

Aufgabe H2

Betrachten Sie zylindrische Dosen. Es bezeichne r den Radius einer Dose und h die Höhe. Die Oberfläche O beträgt dann $O(r, h) = 2\pi r^2 + 2\pi rh$ und das Volumen $V(r, h) = \pi r^2 h$. Berechnen Sie die minimale Oberfläche einer Dose mit Hilfe einer Lagrange-Funktion bei einem Dosenvolumen von 1000 Volumeneinheiten.
Hinweis: Verwenden Sie ohne Beweis, dass die gefunden Stelle das gesuchte Minimum ist.