



## 2. Übungsblatt zur Mathematik II für BI, MaWi, WI(BI), AngGeo und UI

### Gruppenübung

#### Aufgabe G1

Sei  $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  gegeben durch

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie nacheinander die Matrizen

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot A, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot A_1$$

und

$$A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot A_2.$$

Beschreiben Sie die Wirkung der Matrixmultiplikation auf die Matrizen  $A_i$ .

Bestimmen Sie eine invertierbare Matrix  $B$ , so dass  $B \cdot A_3$  eine obere Dreiecksmatrix ist. Welchen Rang hat die Matrix  $A$ .

#### Aufgabe G2

Betrachten Sie für die folgenden vier Matrizen jeweils die Mengen der Spaltenvektoren. Stellen Sie fest, welche dieser Mengen linear (un-)abhängig sind. Untersuchen Sie weiterhin, ob die lineare Hülle der jeweiligen Menge gleich  $\mathbb{R}^3$  ist und ob diese Menge eine Basis des  $\mathbb{R}^3$  bildet.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 & 5 \\ 5 & 3 & 6 & 6 \\ 2 & 3 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie weiterhin alle Vektoren  $v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$  mit  $Dv = 0$ .

## Hausübung

### Aufgabe H1 (6 Punkte)

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie eine invertierbare Matrix  $B$ , so dass  $B \cdot A$  eine obere Dreiecksmatrix ist. Prüfen Sie dies anhand einer Proberechnung nach! Lösen Sie anschließend das lineare Gleichungssystem

$$Ax = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

### Aufgabe H2 (6 Punkte)

Überprüfen Sie, ob die Spaltenvektoren  $s_1, s_2, s_3, s_4$  der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 17 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & -1 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

linear unabhängig sind. Geben Sie eine Basis des Unterraums  $U = \mathbf{Lin}(s_1, s_2, s_3, s_4) \subseteq \mathbb{R}^4$  an.