Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. J.H. Bruinier
Fredrik Strömberg

TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

SS 2009 9.7.2009

Höhere Mathematik II

11. Übung

Abgabe Hausübungen: W. –Keine abgabe

Gruppenübungen

(G 26)

Berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren folgender Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

(G 27)

Seien $b_1 = (1,0,1)^T$, $b_2 = (1,1,0)^T$ und $b_3 = (0,2,1)^T$.

(a) Zeigen Sie, dass $B = \{b_1, b_2, b_3\}$ ein Basis für $\mathbb{R}^3$ ist.

(b) Sei $x \in \mathbb{R}^3$ mit Koordinatenvektor (x_1, x_2, x_3) bezüglich B. Geben Sie die Koordinatenvektor für x bezüglich der Standardbasis an.

(c) Berechnen Sie die Inverse der Basistransformationsmatrix von B zum Standardbasis.

Hausübungen

(H 11) [2+3+2+3P]

Seien $b_1 = (1,0,1)^T$, $b_2 = (1,1,0)^T$ und $b_3 = (0,2,1)^T$. Die lineare Abbildung $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ ist durch $\varphi(b_1) = b_1$, $\varphi(b_3) = 2b_2 + b_3$, $\varphi(b_2) = 2b_2$ definiert.

(a) Was ist die Matrix für φ in die Basis $\{b_1, b_2, b_3\}$?

(b) Bestimmen Sie die Matrix von φ bezüglich der Standardbasis.

(c) Bestimmen Sie die Eigenwerte von φ.

(d) Geben Sie eine Basis für $\mathbb{R}^3$ an, die aus Eigenvektoren von φ besteht.