



Höhere Mathematik II

7. Übung

Abgabe Hausübungen: W. 27

Gruppenübungen

(G 19)

Bestimmen Sie falls folgenden Vektorfelder Potentialen besitzen. Falls es existiert, berechnen Sie die zugehörige Potential.

$$\begin{aligned} F(x, y) &= (2xy, x^2 - y^2), & (x, y) \in \mathbb{R}^2, \\ G(x, y) &= (x^3 - 3xy^2, y^3 - 3x^2y), & (x, y) \in \mathbb{R}^2, \\ H(x, y, z) &= \frac{(x, y, z)}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}^3}, & (x, y, z) \in \mathbb{R}^3. \end{aligned}$$

(G 20)

Für ein ideales Gas lautet das totale Differential der Entropie als Funktion von Volumen und Temperatur:

$$dS = \frac{C_V}{T} dT + \frac{nR}{V} dV.$$

Berechnen Sie die Entropieänderung

$$\Delta_{\gamma} S = \int_{\gamma} dS$$

entlang dreier verschiedener Wege γ , ausgehend jeweils von den Zustand 1 (T_1, V_1) zum Zustand 2 (T_2, V_2) :

- a) isochore Erwärmung von T_1 auf T_2 bei einem Volumen V_1 , anschließend isotherme Expansion von V_1 auf V_2 bei der Temperatur T_2 .
- b) isotherme Expansion von V_1 auf V_2 bei der Temperatur T_1 , anschließend isochore Erwärmung von T_1 auf T_2 bei einem Volumen V_2 .
- c) gleichzeitige Änderung von Temperatur und Volumen von Zustand 1 auf Zustand 2, wobei $T = \lambda \cdot V$ gilt.

Hausübungen

(H 8) [4+3+3P]

- (a) Zeigen Sie das die Vektorfeld

$$F(x, y) = \left(\frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2}, \frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2} \right)$$

ein Potential in die Gebiet $\Omega = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ besitzt.

- (b) Zeigen Sie das die Vektorfeld

$$G(x, y) = \left(-\frac{y}{x^2 + y^2}, \frac{x}{x^2 + y^2} \right)$$

kein Potential in die Gebiet $\Omega = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ besitzt.