



Höhere Mathematik II

4. Übung

Abgabe Hausübungen: W. 21

Gruppenübungen

(G 8)

Bestimmen Sie ob folgende Funktionen ein lokales Extremum in $(0,0)$ haben:

$$g(x,y) = 4x^2 + 12xy + 9y^2 + x^4,$$

$$f(x,y) = (1 + \sin(x+y)) \ln(1 + 2x + y) - 2x - y,$$

(G 9)

- (a) Zeigen Sie mit Hilfe der Definition, dass A_1 positiv definit ist und dass A_2 und A_3 indefinit sind.

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix},$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -2 \\ -2 & 4 & 6 \\ -2 & 6 & 8 \end{pmatrix}.$$

- (b) Bestimmen Sie alle kritische Stellen und ihre Art für

$$f(x,y) = 3x^2 + 3xy + y^2 + y^3,$$

$$h(x,y,z) = 1 + x^2 + 2y^2 + 4z^2 - 2xy + 6yz - 2xz.$$

(G 10)

Zwischen Luftdruck p und Höhe h (über Meeresniveau) besteht unter Annahme konstanter Lufttemperatur der Zusammenhang (barometrische Höhenformel):

$$p(h) = p_0 \cdot e^{-h/h_S}$$

(der Skalenhöhe $h_S \approx 8000m$.) Leiten Sie einen möglichst guten, angenährten linearen Zusammenhang zwischen den Größen p und h her. Bis zu welcher Höhe liefert diese Näherung Werte, die um maximal 1% vom tatsächlichen Luftdruck abweichen?

Hausübungen

(H 4) [5+5P]

(a) Sei

$$f(x, y, z) = (x + xy + yz) e^x.$$

Bestimmen Sie alle kritische Stellen von f und ihre Art.

(b) Sei

$$h(x, y, z) = e^{xyz} (1 - \arctan(x^2 + y^2 + 2z^2)).$$

Hat h eine lokale Extremstelle im Nullpunkt? Bestimmen Sie in diesem Fall welche Art von Extremstelle.