



Lie Algebren

13. Übung

Aufgabe 71 Sei A eine rationale $n \times n$ -Matrix. Zeigen Sie, daß der Rang von A über \mathbb{Q} gleich dem Rang von A über \mathbb{R} ist.

Aufgabe 72 Sei A eine komplexe $n \times n$ -Matrix, V ein $G(A)$ -Modul in \mathcal{O} und $\mu \in H^*$. Beweisen Sie, daß $[V : L(\mu)]$ genau dann positiv ist, wenn μ primitives Gewicht ist.

Aufgabe 73 Sei A eine komplexe $n \times n$ -Matrix und V ein $G(A)$ -Modul in \mathcal{O} . Zeigen Sie

$$\text{ch}(V) = \sum_{\lambda \in H^*} [V : L(\lambda)] \text{ch}(L(\lambda)).$$

Aufgabe 74 Sei $G(A)$ eine Kac-Moody Algebra. Beweisen Sie, daß der irreduzible Höchstgewichtsmodul $L(\Lambda)$ mit höchstem Gewicht Λ genau dann integrabel ist, wenn $\Lambda \in P_+$ ist.