



Lie Algebren

11. Übung

Aufgabe 62 Sei A eine verallgemeinerte Cartan Matrix. Zeigen Sie, daß $G(A)$ integrabel bezüglich ad ist.

Aufgabe 63 Sei A eine unzerlegbare symmetrisierbare verallgemeinerte Cartan Matrix, so daß $G(A)$ eine endlich-dimensionale einfache Lie Algebra ist. Sei $(,)$ eine Standardform auf $G(A)$. Seien $\{v_i\}$ und $\{v^i\}$ duale Basen von $G(A)$ bezüglich dieser Form. Beweisen Sie, daß das Element $\sum v^i v_i$ in $U(G(A))$ gleich dem Casimir Operator Ω ist. Sie können hierbei verwenden, daß $\dim(G_\alpha) = 1$ für $\alpha \in \Delta$ gilt.

Aufgabe 64 Sei A eine reelle $n \times n$ -Matrix, die die Bedingungen M1), M2) und M3) der Vorlesung erfüllt. Sei $Au \geq 0$ mit $u \geq 0$. Zeigen Sie, daß entweder $u = 0$ oder $u > 0$ ist.

Aufgabe 65 Sei A eine unzerlegbare symmetrisierbare verallgemeinerte Cartan Matrix und $(,)$ eine Standardform auf $G(A)$. Weiterhin sei $(,)$ positiv definit auf $H_{\mathbb{R}}$. Beweisen Sie, daß die Weyl Gruppe W von $G(A)$ endlich ist.