**Fachbereich Mathematik**
Prof. Dr. Nils Scheithauer

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

SS 09 16. Juni 2009

# Lie Algebren

## 9. Übung

**Aufgabe 52** Sei $A = (a_{ij})_{i,j=1}^n$ eine komplexe $n \times n$-Matrix, so daß $a_{ij} = 0$ auch $a_{ji} = 0$ impliziert. Zeigen Sie, daß $A$ genau dann unzerlegbar ist, wenn es zu jedem Paar von Indices $i, j$ Indices $i_1, i_2, \ldots, i_s$ gibt, so daß

$$a_{ii_1} a_{i_1 i_2} \ldots a_{i_s j} \neq 0$$

gilt.

**Aufgabe 53** Sei $A = (a_{ij})_{i,j=1}^n$ eine komplexe $n \times n$-Matrix, so daß es für beliebige Indices $i, j$ Indices $i_1, i_2, \ldots, i_s$ gibt, so daß $a_{ii_1} a_{i_1 i_2} \ldots a_{i_s j} \neq 0$ gilt. Sei $I$ ein Ideal in $G(A)$. Zeigen Sie, daß $I$ entweder $G'(A)$ enthält oder im Zentrum von $G(A)$ enthalten ist.

**Aufgabe 54** Sei $A = (a_{ij})_{i,j=1}^n$ eine komplexe $n \times n$-Matrix. Beweisen Sie, daß $G(A)$ genau dann einfach ist, wenn $\det(A) \neq 0$ ist und es für jedes Paar von Indices $i, j$ Indices $i_1, i_2, \ldots, i_s$ gibt, so daß $a_{ii_1} a_{i_1 i_2} \ldots a_{i_s j} \neq 0$ gilt.

**Aufgabe 55** Sei $A = (a_{ij})_{i,j=1}^n$ eine komplexe $n \times n$-Matrix und $( \, , \, )$ eine invariante nicht ausgeartete symmetrische Bilinearform auf $G(A)$. Zeigen Sie, daß $A$ symmetrisierbar ist.

**Aufgabe 56** Sei $A = (a_{ij})_{i,j=1}^n$ eine symmetrisierbare komplexe $n \times n$-Matrix und seien $( \, , \, )_1$ und $( \, , \, )_2$ zwei invariante nicht ausgeartete symmetrische Bilinearformen auf $G(A)$, die auf $H$ übereinstimmen. Beweisen Sie, daß die beiden Bilinearformen auf ganz $G(A)$ gleich sind.