Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Nils Scheithauer

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

SS 09 9. Juni 2009

Lie Algebren

8. Übung

Aufgabe 48 Zeigen Sie, daß die Summe $\sum_{\alpha \in Q} \tilde{G}_\alpha$ direkt ist.

Aufgabe 49 Beweisen Sie, daß $\tilde{G}(A)$ ein eindeutiges maximales Ideal J enthält, welches H trivial schneidet. Zeigen Sie weiterhin, daß $J = (J \cap \tilde{N}^-) \oplus (J \cap \tilde{N}^+)$ als direkte Summe von Idealen und $\tilde{\omega}(J) = J$, $\tilde{\omega}(J \cap \tilde{N}^\pm) = J \cap \tilde{N}^\mp$.

Aufgabe 50 Sei $Z = \{\, h \in H \mid \alpha_i(h) = 0 \text{ für } i = 1, \dots, n \,\}$. Beweisen Sie, daß $\dim(Z) = n - l$ und $Z \subset H'$ ist. Zeigen Sie weiterhin, daß Z das Zentrum von $G(A)$ und von $G'(A)$ ist.

Aufgabe 51 Seien I_1, I_2 disjunkte Teilmengen von $\{1, \dots, n\}$, so daß $a_{ij} = a_{ji} = 0$ für $i \in I_1, j \in I_2$. Sei $\beta_1 = \sum_{i \in I_1} k_i^{(1)} \alpha_i$ und $\beta_2 = \sum_{j \in I_2} k_j^{(2)} \alpha_j$. Ist $\alpha = \beta_1 + \beta_2$ eine Wurzel von $G(A)$, so folgt $\beta_1 = 0$ oder $\beta_2 = 0$.