Sind $x = x(t)$ und $y = y(t)$ stetig differenzierbar auf $[a, b]$, so definieren wir die *Differentiale*

$$\mathrm{d}x = \frac{\partial x}{\partial t}\mathrm{d}t, \quad \mathrm{d}y = \frac{\partial y}{\partial t}\mathrm{d}t$$

(an der Stelle $p \in [a, b]$ als homogen lineare Funktionen hinreichend kleiner $\mathrm{d}t \neq 0$).
Ist $y = y(x)$ differenzierbar, so folgt mit der Kettenregel

$$\mathrm{d}y = \frac{\partial y}{\partial x}\mathrm{d}x$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} \quad \text{falls } \mathrm{d}x \neq 0$$

Satz 15.19 Integrationsregel. ♡ *Seien $x = x(t)$, $y = y(t)$ und $z = z(t)$ auf $[a, b]$ stetig differenzierbar und $f(x)$, $g(y)$, $h(z)$ stetige Funktionen auf den jeweiligen Wertebereichen. Für die Differentiale gelte*

$$f(x)\mathrm{d}x = cg(y)\mathrm{d}y + h(z)\mathrm{d}z$$

Dann gilt:

$$\int f(x)\mathrm{d}x = c\int g(y)\mathrm{d}y + \int h(z)\mathrm{d}z \ + C$$

$$\int_{x(a)}^{x(b)} f(x)\mathrm{d}x = c\int_{y(a)}^{y(b)} g(y)\mathrm{d}y + \int_{z(a)}^{z(b)} h(z)\mathrm{d}z$$