Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Stefan Ulbrich
Dipl. Math. Sarah Drewes
Dipl. Math. Carsten Ziems

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

SoSe 2009
17.06.2009

9. Übungsblatt zur „Mathematik IV für Elektrotechnik/ Mathematik III für Informatik“

Gruppenübung

Aufgabe G29 (Vektoriteration nach von Mises)

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

(a) Führe vier Iterationen nach von Mises mit dem Startvektor $z^{(0)} = (1,1)^T$ durch (d. h. berechne $z^{(4)}$ und $R(z^{(4)}, A)$). Verwende zur Normierung die Maximumsnorm.

(b) Berechne die Eigenwerte von A und vergleiche diese mit dem Ergebnis aus Teil (a).

(c) Was folgt aus Satz 10.2.2 über die Güte der Approximation?

Aufgabe G30 (Inverse Vektoriteration nach Wielandt)

Es soll der kleinste Eigenwert der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 7 \\ 3 & -8 \end{pmatrix}$$

bestimmt werden.

(a) Führe zwei Iterationen nach Wielandt mit $\mu = -8$ und $z^{(0)} = (1,0)^T$ aus (d. h. berechne $z^{(2)}$ und $R(z^{(1)}, (A-\mu I)^{-1})$ sowie $\mu + \frac{1}{R(z^{(1)},(A-\mu I)^{-1})}$ als Näherung für den kleinsten Eigenwert).

(b) Berechne die Eigenwerte von A und vergleiche diese mit dem Ergebnis aus Teil (a).

Aufgabe G31 (Verteilungsfunktion, Maßzahlen)

In einer Automobilfabrik wurden bei 20 Fahrzeugen eines Typs folgende Höchstgeschwindigkeiten gemessen:

$$141, 142, 143, 144, 147, 144, 144, 138, 140, 141, 145, 148, 150, 151, 152, 150, 145, 146, 147, 151,$$

(a) Zeichne die empirische Verteilungsfunktion der Stichprobe.

(b) Berechne den Median, das arithmetische Mittel, das p-Quantil für $p = 0.25$ und $p = 0.75$, die empirische Varianz und die empirische Streuung.

(c) Angenommen bei der Übertragung der Messdaten ist ein Fehler passiert und es wurde bei einer der Messungen statt 145 km/h 345 km/h übertragen. Welche Auswirkung hat das auf die in Aufgabe (b) berechneten Maßzahlen?

Hausübung

Aufgabe H30 (Vektoriteration nach von Mises)

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -4 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \\ 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

(a) Führe drei Iterationen nach von Mises mit dem Startvektor $z^{(0)} = (1,0,0)^T$ durch (d. h. berechne $z^{(3)}$ und $R(z^{(2)}, A)$). Verwende zur Normierung die Maximumsnorm.

(b) Berechne die Eigenwerte von A und vergleiche diese mit dem Ergebnis aus Teil (a).

Aufgabe H31 (Gershgorin-Kreise)

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 4+5i & 2 & -i & 3+4i \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 12 \end{pmatrix}.$$

(a) Skizziere die zur Matrix A gehörigen Gershgorin-Kreise in der komplexen Zahlenebene.

(b) Berechne die Eigenwerte von A und zeichne sie in die Skizze ein.

Aufgabe H32 (Verteilungsfunktion, Histogramm)

Auf einem Flughafen wurde an 29 aufeinanderfolgenden Tagen jeweils um 8:00 Uhr die Windgeschwindigkeit gemessen. Es wurden folgende Werte gemessen:

7.4	8.0	12.6	11.5	14.3	14.9	8.6	13.8	20.1	8.6	6.9	9.7	9.2	10.9	13.2
11.5	12.0	18.4	11.5	9.7	9.7	16.6	9.7	12.0	16.6	14.9	8.0	12.0	14.9	

(a) Skizziere die empirische Verteilungsfunktion der angegebenen Messreihe und zeichne ein Histogramm mit folgender Klasseneinteilung:

$$(5.0, 7.0] \quad (7.0, 9.0] \quad (9.0, 11.0] \quad \cdots \quad (19.0, 21.0]$$

(b) Berechne das arithmetische Mittel, den Median, und die empirische Varianz.