



9. Übungsblatt zur „Mathematik IV für Elektrotechnik/ Mathematik III für Informatik“

Gruppenübung

Aufgabe G29 (Vektoriteration nach von Mises)

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- Führe vier Iterationen nach von Mises mit dem Startvektor $z^{(0)} = (1, 1)^T$ durch (d. h. berechne $z^{(4)}$ und $R(z^{(4)}, A)$). Verwende zur Normierung die Maximumsnorm.
- Berechne die Eigenwerte von A und vergleiche diese mit dem Ergebnis aus Teil (a).
- Was folgt aus Satz 10.2.2 über die Güte der Approximation?

Aufgabe G30 (Inverse Vektoriteration nach Wielandt)

Es soll der kleinste Eigenwert der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 7 \\ 3 & -8 \end{pmatrix}$$

bestimmt werden.

- Führe zwei Iterationen nach Wielandt mit $\mu = -8$ und $z^{(0)} = (1, 0)^T$ aus (d. h. berechne $z^{(2)}$ und $R(z^{(1)}, (A - \mu I)^{-1})$ sowie $\mu + \frac{1}{R(z^{(1)}, (A - \mu I)^{-1})}$ als Näherung für den kleinsten Eigenwert).
- Berechne die Eigenwerte von A und vergleiche diese mit dem Ergebnis aus Teil (a).

Aufgabe G31 (Verteilungsfunktion, Maßzahlen)

In einer Automobilfabrik wurden bei 20 Fahrzeugen eines Typs folgende Höchstgeschwindigkeiten gemessen:

141, 142, 143, 144, 147, 144, 144, 138, 140, 141, 145, 148, 150, 151, 152, 150, 145, 146, 147, 151,

- (a) Zeichne die empirische Verteilungsfunktion der Stichprobe.
- (b) Berechne den Median, das arithmetische Mittel, das p -Quantil für $p = 0.25$ und $p = 0.75$, die empirische Varianz und die empirische Streuung.
- (c) Angenommen bei der Übertragung der Messdaten ist ein Fehler passiert und es wurde bei einer der Messungen statt 145 km/h 345 km/h übertragen. Welche Auswirkung hat das auf die in Aufgabe (b) berechneten Maßzahlen?

Hausübung

Aufgabe H30 (Vektoriteration nach von Mises)

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -4 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \\ 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

- (a) Führe drei Iterationen nach von Mises mit dem Startvektor $z^{(0)} = (1, 0, 0)^T$ durch (d. h. berechne $z^{(3)}$ und $R(z^{(2)}, A)$). Verwende zur Normierung die Maximumsnorm.
- (b) Berechne die Eigenwerte von A und vergleiche diese mit dem Ergebnis aus Teil (a).

Aufgabe H31 (Gershgorin-Kreise)

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 4 + 5i & 2 & -i & 3 + 4i \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 12 \end{pmatrix}.$$

- (a) Skizziere die zur Matrix A gehörigen Gershgorin-Kreise in der komplexen Zahlenebene.
- (b) Berechne die Eigenwerte von A und zeichne sie in die Skizze ein.

Aufgabe H32 (Verteilungsfunktion, Histogramm)

Auf einem Flughafen wurde an 29 aufeinanderfolgenden Tagen jeweils um 8:00 Uhr die Windgeschwindigkeit gemessen. Es wurden folgende Werte gemessen:

7.4 8.0 12.6 11.5 14.3 14.9 8.6 13.8 20.1 8.6 6.9 9.7 9.2 10.9 13.2
 11.5 12.0 18.4 11.5 9.7 9.7 16.6 9.7 12.0 16.6 14.9 8.0 12.0 14.9

- (a) Skizziere die empirische Verteilungsfunktion der angegebenen Messreihe und zeichne ein Histogramm mit folgender Klasseneinteilung:

$$(5.0, 7.0] \quad (7.0, 9.0] \quad (9.0, 11.0] \quad \cdots \quad (19.0, 21.0]$$

- (b) Berechne das arithmetische Mittel, den Median, und die empirische Varianz.