



13. Tutorium

„Analysis 1 für Mathematik, LAG/Mathematik, Physik“

Zusammenhang und Wegzusammenhang

Definition Sei (M, d) ein metrischer Raum.

1. Eine stetige Abbildung $\phi : [0, 1] \rightarrow M$ mit $\phi(0) = x$ und $\phi(1) = y$ heißt **Weg** von x nach y .
2. Eine Menge $A \subset M$ heißt **wegzusammenhängend**, falls für je zwei Punkte $x, y \in A$ stets ein Weg ϕ von x nach y existiert mit $\phi(t) \in A$ für alle $t \in [0, 1]$.

Aufgabe T1

Zeigen Sie, dass eine Menge $A \subset M$ genau dann zusammenhängend ist, wenn jede stetige Funktion

$$f : A \rightarrow \{0, 1\}$$

konstant ist.

Aufgabe T2

Zeigen Sie, dass wegzusammenhängende Mengen zusammenhängend sind.

Aufgabe T3

Sei

$$A := \left\{ \left(x, \sin\left(\frac{1}{x}\right) \right) \mid x \in (0, \infty) \right\} \cup (\{0\} \times [-1, 1]).$$

Zeigen Sie, dass A zusammenhängend aber nicht wegzusammenhängend ist.