



# 13. Tutorium

## „Analysis 1 für Mathematik, LAG/Mathematik, Physik“

### Zusammenhang und Wegzusammenhang

**Definition** Sei  $(M, d)$  ein metrischer Raum.

1. Eine stetige Abbildung  $\phi : [0, 1] \rightarrow M$  mit  $\phi(0) = x$  und  $\phi(1) = y$  heißt **Weg** von  $x$  nach  $y$ .
2. Eine Menge  $A \subset M$  heißt **wegzusammenhängend**, falls für je zwei Punkte  $x, y \in A$  stets ein Weg  $\phi$  von  $x$  nach  $y$  existiert mit  $\phi(t) \in A$  für alle  $t \in [0, 1]$ .

#### Aufgabe T1

Zeigen Sie, dass eine Menge  $A \subset M$  genau dann zusammenhängend ist, wenn jede stetige Funktion

$$f : A \rightarrow \{0, 1\}$$

konstant ist.

#### Aufgabe T2

Zeigen Sie, dass wegzusammenhängende Mengen zusammenhängend sind.

#### Aufgabe T3

Sei

$$A := \left\{ \left( x, \sin\left(\frac{1}{x}\right) \right) \mid x \in (0, \infty) \right\} \cup (\{0\} \times [-1, 1]).$$

Zeigen Sie, dass  $A$  zusammenhängend aber nicht wegzusammenhängend ist.