



## Analysis 1 für M, LaG M, Tutorium 11

### A 1 Zwei Beispiele

1. Bestimmen Sie alle  $z \in \mathbb{C}$ , für die die Potenzreihe  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{z^k}{k}$  konvergiert.
2. Bestimmen Sie alle  $t \in \mathbb{R}$ , für die die Reihe  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(kt)}{k}$  konvergiert.

### A 2 Dezimalbruchentwicklung

1. Sei  $z_k \in \{0, \dots, 9\}$  für  $k = 1, 2, \dots$  vorgegeben. Zeigen Sie, dass

$$\sum_{k=1}^{\infty} z_k \cdot 10^{-k}$$

gegen ein  $x \in [0, 1]$  konvergiert.

2. Sei  $x \in (0, 1)$  und  $0, z_1 z_2 z_3 \dots$  die Dezimalbruchentwicklung von  $x$  (vergleiche Abschnitt 1.4 der Vorlesung). Zeigen Sie,

$$\sum_{k=1}^{\infty} z_k \cdot 10^{-k} = x.$$

3. Finden Sie zwei Folgen  $(y_k) \neq (z_k) \subset \{0, \dots, 9\}$ , für die aber gilt

$$\sum_{k=1}^{\infty} y_k \cdot 10^{-k} = \sum_{k=1}^{\infty} z_k \cdot 10^{-k}.$$

### A 3 Konvergenzradien

Bestimmen Sie die Konvergenzradien der folgenden Potenzreihen

$$a) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n + ne^{\frac{2\pi i n}{6}}}{5^n} z^n$$

$$b) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} z^n.$$