



1. Tutorium

„Analysis 1 für Mathematik, LAG/Mathematik, Physik“

Aufgabe T1

Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, welche die folgenden Ungleichungen gemeinsam erfüllen.

$$\frac{\frac{1}{x} - 1}{\frac{1}{x} + 1} \geq 1, \quad |x| \geq \frac{\pi}{4}.$$

Aufgabe T2

Schreiben Sie die folgenden Aussagen in der Form $A \Rightarrow B$ und formulieren Sie dann die Umkehrung als deutschen Satz. Ist die Umkehrung auch richtig? Begründen Sie Ihre Antwort, indem Sie die Aussage beweisen oder ein Gegenbeispiel finden.

Es seien a, b und c immer reelle Zahlen.

- (a) Ist $a > 0$ und $b > 0$, so gilt auch $ab > 0$.
- (b) $|a|$ ist rational, falls a eine positive rationale Zahl ist.
- (c) Ist $a < b$ und $b < c$, so folgt $a < c$.

Hinweis: Sie können die Aussagen aus Aufgabe T4 benutzen.

Aufgabe T3

Für $a, b \in \mathbb{R}$ setzen wir

$$\max\{a, b\} := \begin{cases} a & \text{falls } a \geq b \\ b & \text{falls } b > a \end{cases} \quad \text{und} \quad \min\{a, b\} := \begin{cases} b & \text{falls } a \geq b \\ a & \text{falls } b > a. \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass für alle $a, b \in \mathbb{R}$ die Gleichungen

$$\max\{a, b\} = \frac{1}{2}(a + b + |a - b|) \quad \text{und} \quad \min\{a, b\} = \frac{1}{2}(a + b - |a - b|)$$

gelten.

Aufgabe T4

Beweisen Sie die folgenden Aussagen anhand der Körper- und Anordnungsaxiome der reellen Zahlen sowie der Sätze aus der Vorlesung.

- (a) $-1 < 0$
- (b) Seien $b, d \neq 0$, dann gilt

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff ad = bc.$$

(c) Seien $b, d \neq 0$, dann gilt

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}.$$

(d) $a \leq b, c \leq d \implies a + c \leq b + d$