



3. Tutoriumsblatt zur Vorlesung „Algorithmische Diskrete Mathematik“

Mengen

Aufgabe T1 (Mengen, Mengen, Mengen)

- Seien $A = \{\text{rot, grün, blau}\}$, $B = \{\text{blau, rot, gelb}\}$. Bestimmen Sie die Vereinigung, den Durchschnitt und die symmetrische Differenz dieser beiden Mengen.
- Zählen Sie alle Teilmengen von A auf und nummeriere sie systematisch durch. Wieviele Teilmengen gibt es?
- Wir haben drei Mengen mit 3, 6, bzw. 9 Elementen. Wieviele Elemente können ihre Vereinigung und ihr Durchschnitt enthalten?
- Es seien L, M, N Mengen. Machen Sie zunächst eine Skizze und zeigen Sie anschließend die folgende Aussage:

$$(M \cap N) \cup L = (M \cup L) \cap (N \cup L).$$

Aufgabe T2 (Symmetrische Differenz)

A und B seien beliebige Mengen.

- Was ist die symmetrische Differenz von A und A ?
- Zeigen Sie, dass

$$(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$$

gilt.

Hinweis: Zeigen Sie zunächst, dass $(A \cup B) \setminus (A \cap B) \subseteq (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ gilt, und danach die umgekehrte Inklusion.

- Zeigen Sie, dass $A \Delta (A \Delta B) = B$. Machen Sie sich den Sachverhalt zunächst an Hand einer Skizze klar.

Aufgabe T3 (Zwei Beweise zum Binomialkoeffizienten)

Seien $k, n \in \mathbb{N}$ mit $k \leq n$.

- Zeigen Sie die folgende Formel

$$\binom{n}{k} = \frac{n}{k} \binom{n-1}{k-1}$$

- mittels einer kombinatorischen Interpretation,
- mit Hilfe der algebraischen Formel des Binomialkoeffizienten.

(b) Zeigen Sie, dass

$$\binom{n+1}{k+1} + \binom{n+1}{k} = \binom{n+2}{k+1}.$$

- i. mit Hilfe der algebraischen Formel des Binomialkoeffizienten.
- ii. mittels einer kombinatorischen Interpretation.