



2. Tutoriumsblatt zur Vorlesung „Algorithmische Diskrete Mathematik“

Kombinatorische Beweismethoden

Aufgabe T1 (Inklusions-Exklusionsprinzip)

In einer Vorlesung sind 40 Studenten. 18 davon sind für Physik eingeschrieben und 23 für Mathematik. Einige sind auch für Informatik eingeschrieben. Die Anzahl der Studierenden, die sowohl für Mathematik als auch für Physik eingeschrieben sind, beträgt neun. Es gibt sieben Vorlesungsbesucher, die Physik und Informatik studieren und zwölf, die Mathematik und Informatik erlernen. Vier Personen sind sogar für alle drei Studiengänge immatrikuliert. Es ist klar, dass jeder der Vorlesungsbesucher entweder Mathe oder Physik oder Informatik studiert. Wie viele studieren Informatik?

Aufgabe T2 (Schubfachprinzip)

Zeigen Sie folgende Aussagen:

- Sei eine Folge $F = \{a, a + 1, \dots, a + 2n - 1\}$ von $2n$ aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen gegeben. Jede Teilmenge von F mit mehr als n Elementen enthält mindestens zwei Zahlen mit Differenz n .
- Für 55 beliebige ganze Zahlen $1 \leq x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_{55} \leq 100$, gibt es zwei mit Differenz 9, zwei mit Differenz 10, zwei mit Differenz 12 und zwei mit Differenz 13, aber nicht notwendigerweise zwei mit Differenz 11.

Aufgabe T3 (Inklusion-Exklusionsprinzip)

In der OWO findet eine Kneiptour statt. Auf einem späteren Feedbackbogen geben a Erstsemester an, dass sie es im Hobbit sehr gemütlich fanden, b Ersties waren von den Cocktails im Havana überzeugt, c gefiel es im Hotzenplotz und d haben sich über die Jumbo-Happy-Hour im Enchilada gefreut. Die Anzahl der Studienanfänger, denen es im Hobbit und im Havana gefiel, beträgt x . Es gibt y Ersties, die das Hobbit und das Hotzenplotz mögen, z die das Hobbit und das Enchilada toll finden, u die Havana und Hotzenplotz als nette Kneipen angeben, v die das Havana und das Enchilada überzeugend fanden und zu guter Letzt w Ersties, die es im Hotzenplotz und Enchilada genossen haben. Wir wissen nicht, wie viele Studienanfänger Hobbit, Havana und Enchilada präferieren, aber wir wissen, dass jeder mindestens eine der Kneipen mag. Es gibt keine Studierenden, die andere Kombinationen angegeben haben. Wie viele Erstsemester haben an der Kneiptour teilgenommen?

- Zeigen Sie anhand eines Beispiels, dass dies durch die Informationen, die wir haben, nicht eindeutig bestimmt ist.

- (b) Beweisen Sie, dass wir wenigstens folgern können, dass die Anzahl der Erstsemester, die an der Kneipentour teilgenommen haben höchstens $a + b + c + d$ und mindestens $a + b + c + d - x - y - z - u - v - w$ beträgt.