

# Unabhängigkeit

W-Raum  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$

Def: a)  $A, B \in \mathcal{A}$  unabhängig  $\Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

b) ZVen  $X: \Omega \rightarrow \Omega_X, Y: \Omega \rightarrow \Omega_Y$  unabhängig

$\Leftrightarrow \forall A \in \mathcal{A}_X, B \in \mathcal{A}_Y: P[X \in A, Y \in B] = P[X \in A] \cdot P[Y \in B]$

Bem: Für unabhängige Ereignisse  $A, B$  mit  $P(A) > 0, P(B) > 0$

gilt:  $A, B$  unabhängig  $\Leftrightarrow P(A|B) = P(A), P(B|A) = P(B)$ .

Anschaulich: Unabhängige Ereignisse bzw. ZVen beeinflussen sich gegenseitig nicht.

Satz:  $X_1, X_2$  unabhängige reelle ZVen definiert auf

dem gleichen W-Raum,  $h_1, h_2: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$h_i^{-1}(B) \in \mathcal{B}$  für alle  $B \in \mathcal{B}$  ( $i=1,2$ ).

D.g.:

$h_1 \circ X_1, h_2 \circ X_2$  unabhängig.

Z.B.:  $X, Y$  unabhängig  $\Rightarrow X^2, e^Y$  unabhängig.