Def. $\Omega \neq \emptyset$, $\mathcal{A}$ σ-Algebra über Ω. Jede Abbildung $P: \mathcal{A} \to \mathbb{R}$ mit

(i) $P(A) \in [0,1]$ $(A \in \mathcal{A})$ (ii) $P(\emptyset) = 0$, $P(\Omega) = 1$

(iii) $A, B \in \mathcal{A}$, $A \subseteq B$ $\Rightarrow$ $P(A) \leq P(B)$

(iv) $A, B \in \mathcal{A}$, $A \cap B = \emptyset$ $\Rightarrow$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

(v) $A_1, \dots, A_N \in \mathcal{A}$ paarweise disj. $\Rightarrow$ $P\left(\bigcup_{n=1}^{N} A_n\right) = \sum_{n=1}^{N} P(A_n)$

(vi) $A_1, A_2, \dots \in \mathcal{A}$ paarw. dis. $\Rightarrow$ $P\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right) = \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n)$

(vii) $A \in \mathcal{A}$ $\Rightarrow$ $P(A^c) = 1 - P(A)$

heißt Wahrscheinlichkeitsmaß.

Def: $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ mit $\Omega \neq \emptyset$, $\mathcal{A}$ σ-Alg. über Ω, $\underbrace{P: \mathcal{A} \to [0,1]}_{W\text{-Maß}}$ heißt Wahrscheinlichkeitsraum.

Lemma: $P: \mathcal{A} \to \mathbb{R}$ W-Maß gdw.

(1) $P(A) \geq 0$ $(A \in \mathcal{A})$, (2) $P(\Omega) = 1$

(3) P σ-additiv, d.h. (vi) gilt.

Einfachstes Beispiel für W-Raum:

$$(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), P) \text{ mit } \Omega \neq \emptyset \text{ endlich, } P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|},$$

sog. Laplacescher W-Raum.

Dieser beschreibt ZE, bei dem jedes der endlich vielen verschiedenen Ergebnisse mit der gleichen Wk. auftritt.