Statistische Tests:

geg: Realisierungen $x_1, \dots, x_n$ von u.i.v. reellen ZVen $X_1, \dots, X_n$ mit

$$P_{X_1} = w_\vartheta \quad \text{für ein } \vartheta \in \Theta = \Theta_0 \,\dot\cup\, \Theta_1 .$$

ges: Entscheidung zwischen

$H_0: \vartheta \in \Theta_0$ ("Nullhypothese")

$H_1: \vartheta \in \Theta_1$ ("Alternativhypothese")

Def: a) Jedes $\varphi: \mathbb{R}^n \to \{0,1\}$ heißt statistischer Test

Deutung

$$\varphi(X_1, \dots, X_n) = \begin{cases} 1 & \Rightarrow \text{Entscheidung für } H_1,\ H_0 \text{ wird abgelehnt} \\ 0 & \Rightarrow H_0 \text{ wird nicht abgelehnt} \end{cases}$$

b) $\beta_\varphi: \Theta \to [0,1]$, $\beta_\varphi(\vartheta) = P_\vartheta[\varphi(X_1, \dots, X_n) = 1]$ heißt Gütefunktion von φ

c) φ Test zum Niveau α $:\Leftrightarrow$ $\forall \vartheta \in \Theta_0: \beta_\varphi(\vartheta) \le \alpha$

d) gleichmäßig bester Test zum Niveau α ist Test zum Niveau α, der $\forall \vartheta \in \Theta_1: 1 - \beta_\varphi(\vartheta)$ minimiert.

Häufige Bauart von φ:

$$\varphi(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} 1, & \text{falls } T(x_1, \dots, x_n) > c \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

mit Teststatistik $T: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ und kritischen Wert c.