Konfidenzintervall für den Parameter p einer $b(1,p)$-Verteilung:

Ziel: Konstruiere "möglichst kleines" Intervall $C(X_1,\dots,X_n) \subseteq [0,1]$, so dass für alle $p \in (0,1)$ gilt:

$$P_p\left[\, p \in C(X_1,\dots,X_n) \,\right] = 1-\alpha$$

wobei in der obigen Wk. die ZVen $X_1,\dots,X_n$ unabhängig $b(1,p)$-verteilt sind. (sog. Konfidenzintervall zum Konfidenzniveau $1-\alpha$)

Vorgehen:

1.) $$Z_n = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i \cdot \left(1-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i\right)}} \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i - p\right)$$

ist für alle $p \in (0,1)$ für große n annähernd $\mathcal{N}(0,1)$-verteilt.

2.) Wähle $u_{\alpha/2} \in \mathbb{R}$ so, dass für $\mathcal{N}(0,1)$-verteilte ZV Z gilt:
$$P\left[\, |Z| \leq u_{\alpha/2} \,\right] = 1-\alpha.$$

3.) Schreibe $|Z_n| \leq u_{\alpha/2}$ in $p \in C(X_1,\dots,X_n)$ um.

$$\rightsquigarrow \quad C(X_1,\dots,X_n) = \left[\overline{X} - \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{\overline{X}\cdot(1-\overline{X})}}\cdot u_{\alpha/2},\ \overline{X} + \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{\overline{X}(1-\overline{X})}}\cdot u_{\alpha/2}\right]$$

mit $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i$.