

22. April, 2009

1. Übungsblatt Formale Grundlagen der Informatik I SS 2009

(E1.1) [Transitionssysteme]

Modellieren Sie einen Bahnübergang als endliches Transitionssystem.

(E1.2) [Transitionssysteme]

Gegeben sei ein Stapel unterschiedlich großer Pfannkuchen, die der Größe nach sortiert werden sollen. Erlaubt ist es dabei nur, einen Oberteil des Stapels umzudrehen. Bei 6 Pfannkuchen, die wir der Größe nach mit 1, 2, 3, 4, 5, 6 bezeichnen und anfangs in der Ordnung 352416 auf dem Stapel liegen, würde das Umdrehen der ersten (obersten) 4 dem Übergang

$$352416 \xrightarrow{4} 425316$$

entsprechen.

- (i) Zeichnen Sie für Stapel von 3 Pfannkuchen ein Diagramm mit allen möglichen Stapeln und den möglichen Übergängen (Wenden der ersten 2 oder 3) zwischen diesen.
- (ii) Betrachten Sie Stapel mit 4 Pfannkuchen. Geben Sie für $0 \leq k \leq 4$ die Menge aller Stapel an, die sich mit k Operationen sortieren lassen, aber nicht mit weniger als k Operationen. Welches ist der einzige Stapel, der sich auf zwei verschiedene Weisen in genau 3 Schritten sortieren lässt?

(E1.3) [Formale Sprachen]

Für zwei Σ -Sprachen L_1, L_2 wird die Vereinigung definiert als $L_1 \cup L_2$ und die Konkatenation durch

$$L_1 \cdot L_2 := \{v \cdot w : v \in L_1, w \in L_2\}.$$

Wir schreiben üblicherweise $L_1 L_2$ statt $L_1 \cdot L_2$. Zeigen Sie, dass

- (i) $L(L_1 \cup L_2) = (LL_1) \cup (LL_2)$
- (ii) $(L_1 \cup L_2)L = (L_1L) \cup (L_2L)$

Gelten ähnliche Aussagen mit dem Durchschnitt \cap statt \cup ?

Geben Sie ein Gegenbeispiel zu $L_1L_2 = L_2L_1$ an.

(H1.4) [Hausaufgabe: Relationen]

Sei R eine binäre Relation auf X , also $R \subseteq X \times X$.

Wir definieren (induktiv)

$$\begin{aligned} R^0 &:= \{(x, x) : x \in X\}, \\ R^{n+1} &:= \{(x, y) : \text{es gibt ein } z \text{ mit } (x, z) \in R \text{ und } (z, y) \in R^n\}, \\ R^* &:= \bigcup_{n \geq 0} R^n. \end{aligned}$$

Ziegen Sie:

- (i) R^* ist eine reflexive Relation.
- (ii) R^* ist eine transitive Relation.
- (iii) R^* umfasst R , d.h. $R \subseteq R^*$.
- (iv) R^* ist die kleinste reflexive und transitive Relation, die R umfasst (d.h. falls R' reflexiv und transitiv ist mit $R \subseteq R'$, so gilt $R^* \subseteq R'$)