



# 1. Übungsblatt

## „Analysis 1 für Mathematik, LAG/Mathematik, Physik“

### Gruppenübung

#### Aufgabe G1

Bestimmen Sie alle  $x \in \mathbb{R}$ , welche die Ungleichung

$$x + |x| < |x - 1| - 1$$

erfüllen und stellen Sie die Lösung grafisch dar.

#### Aufgabe G2

Bestimmen Sie alle  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ , für die

$$x^2 + 6x \leq 8y - y^2 \quad \text{ist}$$

und stellen Sie die Lösungsmenge grafisch in  $\mathbb{R}^2$  dar.

**Hinweis:** Schreibe die Ungleichung in der Form  $(x - a)^2 + (y - b)^2 \leq c$ .

#### Aufgabe G3

Welche reellen Zahlen  $y$  lassen sich in der Form

$$y = \frac{x}{1 + |x|}$$

darstellen?

#### Aufgabe G4

Weisen Sie nach, dass für alle reellen Zahlen  $a$  und  $b$ , die folgende Aussage gilt.

$$|a + b| + |a - b| \geq |a| + |b|$$

**Hinweis:** Stellen Sie jeweils  $2|a|$ ,  $2|b|$  in geeigneter Weise durch die Ausdrücke  $(a + b)$ ,  $(a - b)$  dar.

# Hausübung

## Aufgabe H1

(4 Punkte)

Bestimmen Sie alle  $x \in \mathbb{R}$ , welche die Ungleichung

$$|3 + 8x| \leq 5 + 2x,$$

erfüllen und stellen Sie die Lösungsmenge grafisch dar.

## Aufgabe H2

(5 Punkte)

- Bestimmen Sie rechnerisch und näherungsweise grafisch jeweils alle  $x \in \mathbb{R}$ , welche die Ungleichung  $x^2 - x + 1 \leq 3$  lösen.
- Skizzieren Sie in einem  $x - y$ -Koordinatensystem die Menge aller Punkte  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  welche die folgenden Ungleichungen gleichzeitig lösen.

$$y \leq x^3, \quad x \leq \ln y.$$

## Aufgabe H3

(6 Punkte)

Seien  $a$  und  $b$  beliebige reelle Zahlen. Beweisen Sie unter Verwendung der Körperaxiome und aus der Vorlesung bekannter Sätze die folgenden Behauptungen

- $|a| \leq b \Leftrightarrow -b \leq a \leq b$ .

**Hinweis:** Sie können folgende Aussage als gegeben voraussetzen:  $-1 < 0$ .

(vgl. Tutorium für Mathematiker: Aufgabe T4 (a))

- Gilt  $a \leq b$  und  $b \leq a$ , so folgt  $a = b$ .
- $a^2 = b^2$  genau dann, wenn  $a = b$  oder  $a = -b$ .