



Höhere Mathematik I

7. Übung

Abgabe Hausübungen: W. 47

Gruppenübungen

(G 25)

Sei

$$P(x) = x^3 + 4x^2 - 4x + 7.$$

Geben Sie ein Polynom Q an, so dass $P(x) = (x - x_0)Q(x) + P(x_0)$ für $x_0 = 1, 2$. Geben Sie auch $P(1)$ und $P(2)$ an.

(G 26)

Sei $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 2$. Geben sie ein Polynom $P(x)$ vom Grad 3 an, so dass $P(x_i) = 0$ für $1 \leq i \leq 3$.

(G 27)

Bestimmen Sie alle reellen Lösungen folgender Gleichung

$$\tan^2 x + \cos^2 x - \sin^2 x = 1.$$

(G 28)

Zeigen Sie, dass die Funktion $f(x) = -x^3 + \sqrt[3]{x} + \sin\left(x\pi + \frac{\pi}{2}\right)$ in $[-1, 1]$ mindestens zwei Nullstellen besitzt.

(G 29)

Zeigen Sie folgende Additionstheoreme:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y,$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y.$$

(Hinweis: Benutzen Sie $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ für $x \in \mathbb{R}$ und $e^{z+w} = e^z e^w$ für $z, w \in \mathbb{C}$).

Hausübungen

(H 13) [10P]

Sei $u = \tan \frac{x}{2}$. Geben Sie $\sin x$ und $\cos x$ als Funktionen von u an.

(H 14) [10P]

Zeigen Sie, dass die Funktion $f(x) = 2\sqrt{x} - x - \sin(\pi x) - \frac{1}{2}$ für $x \geq 0$ mindestens zwei Nullstellen besitzt.