



# Höhere Mathematik I

## 7. Übung

Abgabe Hausübungen: W. 47

### Gruppenübungen

**(G 25)**

Sei

$$P(x) = x^3 + 4x^2 - 4x + 7.$$

Geben Sie ein Polynom  $Q$  an, so dass  $P(x) = (x - x_0)Q(x) + P(x_0)$  für  $x_0 = 1, 2$ . Geben Sie auch  $P(1)$  und  $P(2)$  an.

**(G 26)**

Sei  $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 2$ . Geben sie ein Polynom  $P(x)$  vom Grad 3 an, so dass  $P(x_i) = 0$  für  $1 \leq i \leq 3$ .

**(G 27)**

Bestimmen Sie alle reellen Lösungen folgender Gleichung

$$\tan^2 x + \cos^2 x - \sin^2 x = 1.$$

**(G 28)**

Zeigen Sie, dass die Funktion  $f(x) = -x^3 + \sqrt[3]{x} + \sin\left(x\pi + \frac{\pi}{2}\right)$  in  $[-1, 1]$  mindestens zwei Nullstellen besitzt.

**(G 29)**

Zeigen Sie folgende Additionstheoreme:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y,$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y.$$

(Hinweis: Benutzen Sie  $e^{ix} = \cos x + i \sin x$  für  $x \in \mathbb{R}$  und  $e^{z+w} = e^z e^w$  für  $z, w \in \mathbb{C}$ ).

### Hausübungen

**(H 13) [10P]**

Sei  $u = \tan \frac{x}{2}$ . Geben Sie  $\sin x$  und  $\cos x$  als Funktionen von  $u$  an.

**(H 14) [10P]**

Zeigen Sie, dass die Funktion  $f(x) = 2\sqrt{x} - x - \sin(\pi x) - \frac{1}{2}$  für  $x \geq 0$  mindestens zwei Nullstellen besitzt.