Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. J.H. Bruinier
Fredrik Strömberg

TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

WS 2008/09 30.10.2008

Höhere Mathematik I

2. Übung

Abgabe Hausübungen: W. 46

Gruppenübungen

(G 4)

Sei $x = \frac{3}{7} \in \mathbb{Q}$ und $y = 0.\overline{428} \in \mathbb{R}$.

(a) Schreib x als Dezimalbruch.

(b) Schreib y als rationale Zahl $y = \frac{p}{q}$ mit $(p,q) = 1$.

(G 5)

Skizzieren Sie folgende Teilmengen von $\mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} M_1 &= \left\{x \in \mathbb{R} \,|\, x^2 < 9\right\}, M_2 = \{x \in \mathbb{R} \,|\, |x| \leq 3\}, M_3 = \{n \in \mathbb{N} \,|\, 3 \,\text{ist Teiler von}\, n\}, \\ M_4 &= \left\{\frac{1}{n} \in \mathbb{Q} \,|\, n \in \mathbb{N}\right\}, M_5 = \{|x-1| < 1\} \end{aligned}$$

(a) Geben Sie für die Mengen M_j, $1 \leq j \leq 5$ jeweils zwei obere und zwei untere Schranken, falls sie existerien, an.

(b) Bestimmen Sie für die Mengen M_j, $1 \leq j \leq 5$ jeweils Supremum und Infimum, falls sie existieren, und geben Sie an, ob sie in der jeweiligen Menge liegen.

(G 6)

Sei $z = 1 + i$ und $w = 2 + 3i$. Geben Sie $\overline{z}$, $\overline{w}$, $|z|^2$, $|w|^2$, zw, $\overline{zw}$, w/z und $\overline{w}/\overline{z}$ an und skizzieren Sie $\overline{z}$, $\overline{w}$, zw, $\overline{zw}$, w/z und $\overline{w}/\overline{z}$ in der Ebene.

(G 7)

Sei $x > -1$. Zeigen Sie durch Induktion daß

$$(1+x)^n \geq 1 + nx$$

für jede $n \in \mathbb{N}_0$ gilt.

Hausübungen

(H 3) [10P]

Sei x durch den periodischen Dezimalbruch $0.\overline{1234}$ gegeben. Schreiben Sie x als eine rationale Zahl $x = \frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$ mit $ggT\,(p,q) = 1$.

(H 4) [10P]

Der Binomialkoeffizient $\binom{n}{k}$ ist für $n \in \mathbb{N}_0$ durch

$$(1+x)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k$$

für $0 \leq k \leq n$ definiert. Ferner setzen wir $\binom{n}{k} = 0$ für $k > n$ oder $k < 0$.

(a) Zeigen Sie, daß

$$\binom{n+1}{k} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k-1}, \quad 0 \leq k \leq n$$

für jede $n \in \mathbb{N}_0$.

(b) Zeigen Sie mit hilfe Induktion, daß

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}, \quad 0 \leq k \leq n$$

für jedes $n \in \mathbb{N}_0$ gilt.