

### 3. Übung

**W2** Zur Wiederholung finden Sie auf der Rückseite die zweite Klausuraufgabe.

#### Gruppenübungen

**Aufgabe G5** Entscheiden Sie in den nachfolgenden Fällen, ob sich die jeweiligen Größen als Integral schreiben lassen.

- i) Die Masse  $m$  eines (eindimensionalen) Drahtes der Liniendichte  $\rho(x)$ .
- ii) Die Geschwindigkeit  $v(t)$  eines Körpers mit Beschleunigung  $a(t)$ .
- iii) Der Menge einer durch ein Rohr konstanten Querschnitts strömenden Flüssigkeit.
- iv) Die durchschnittliche Flüssigkeitsmenge einer durch ein Rohr konstanten Querschnitts strömenden Flüssigkeit.
- v) Die verrichtete Arbeit  $W$  unter einer Leistung  $P$ .

**Aufgabe G6** Bestimmen Sie die folgenden Integrale:

- i)  $\int_{-\infty}^{-1} \frac{dx}{x^2}$       $\int_{-\infty}^{\infty} x e^{-x^2} dx$
- ii)  $\int_1^2 \frac{dx}{(x-2)^2}$       $\int_1^2 \frac{2x}{\sqrt{x^2-1}} dx$

**Aufgabe G7** Sei  $g: [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  stetig. Erklären Sie Ihrem Nachbarn:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} xg(x) > 0 \implies \int_1^{\infty} g(x) dx \text{ existiert nicht.}$$

Finden Sie hierzu ein Beispiel.

#### Hausübungen

**Aufgabe H8** (5 Punkte) Berechnen Sie folgende Integrale:

- i)  $\int_3^{\infty} \frac{dx}{x^2-1}$      ii)  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2-1}$      iii)  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x}}$
- iv)  $\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{1+x^2} dx$      v)  $\int_1^3 5x \ln(x^2-1) dx$      vi)  $\int_{-2}^2 \frac{x^5+1}{x^6-x^4} dx$

**Aufgabe H9** (2 Punkte) Existieren folgende Integrale:

$$\text{i) } \int_1^{\infty} \frac{\ln x}{1+x^3} dx \quad \text{ii) } \int_1^{\infty} \frac{x^2 + xe^{-x} + 2}{x^3 + 2x^2 + 2} dx$$

**Aufgabe H10** (3+3 Punkte) Unser Vorschlag zum Erhalt unserer Republik:

Ihr Einkommen  $E$  soll mit folgendem Steuersatz  $s(x)$  prozentual besteuert werden,

$$s(E) = \begin{cases} 0 & \text{für } E \in [0, 8.000] \\ 15\% & \text{für } E \in (8.000, 20.000] \\ 30\% & \text{für } E \in (30.000, \infty) \end{cases}$$

stetig linear fortgesetzt für  $E \in (20.000, 30.000]$

- i) Skizzieren Sie die Funktion  $s(E)$  und eine Stammfunktion.
- ii) Es sei  $S(E)$  die zum Einkommen  $E$  zu zahlende Gesamtsteuer. Lässt sich  $S(E)$  als Integral darstellen? Wie groß ist  $S(125.000)$ ?