



2. Übung

Hausübungen

Aufgabe H4 (3 Punkte)

Wirkt eine Kraft $F(x)$ entlang eines Weges, verrichtet sie die Arbeit $W(x)$. Die beiden Funktionen genügen der Gleichung $W'(x) = F(x)$.

Welche Arbeit muss man verrichten, wenn man eine Rakete gegen die Erdanziehungskraft auf die Höhe $h = 10\text{km}$ über den Erdmittelpunkt bringen möchte?

Die Erdanziehungskraft lässt sich durch die Funktion $F(x) = \frac{mgr^2}{x^2}$ beschreiben, wobei m die Raketenmasse, g die Erdbeschleunigung und r der Erdradius sind. Nehmen Sie an, dass die Raketenmasse m trotz der Verbrennung von Treibstoff konstant bleibt.

Verwenden Sie Ihr Resultat, um die Arbeit zu bestimmen, die notwendig ist, die Rakete ins Unendliche $h \rightarrow \infty$ zu entfernen.

Aufgabe H5 (2 Punkte)

Falsch oder richtig?

$$\int_{-1}^2 \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} \Big|_{-1}^2 = \frac{1}{2}$$

Aufgabe H6 (4 Punkte)

Sei $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$ eine rationale Funktion und $p(x)$ und $q(x)$ Polynome mit $\text{grad } p(x) \leq \text{grad } q(x)$. Ferner besitze $q(x)$ nur einfache Nullstellen q_i , $i = 1, \dots, n$.

Zeigen Sie mit Hilfe von l'Hospital, dass für den Ansatz $f(x) = \sum_{i=1}^n \frac{A_i}{x - q_i}$ gilt:

$$A_i = \frac{p(q_i)}{q'(q_i)}$$

Aufgabe H7 (8 Punkte)

Berechnen Sie folgende Integrale:

i) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x+2}}$

ii) $\int_{-1}^1 (x+7)^2 dx$

iii) $\int_{-1}^1 (2x-5)^6 dx$

iv) $\int_1^5 2x \ln^2 x dx$

v) $\int_2^3 2x \ln(x^2-1) dx$

vi) $\int_1^2 15 \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x}}} dx$

vii) $\int_2^3 \frac{x^5+1}{x^6-x^4} dx$

viii) $\int_4^6 \frac{2x^2}{x^3-6x^2+11x-6} dx$