

6. Übungsblatt

Gruppenübungen

G16 Bestimmen Sie $T_6 f(x)$ des parameterabhängigen Integrals

$$f(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt \quad \text{um } x_0 = 0.$$

G17 Berechnen Sie die Taylorpolynome

- (i) $T_5 \frac{1}{\cos x}$ mit $x_0 = 0$
- (ii) $T_3 e^{\sin x}$ mit $x_0 = 0$
- (iii) $T_4 \cos(\ln(1+x))$ mit $x_0 = 0$

G18 Bestimmen Sie die Koeffizienten a, b, c, d im Potenzreihenansatz

$$y = \arcsin x = a + bx + cx^2 + dx^3 + O(x^4)$$

der Funktion $\arcsin x$ durch Einsetzen der bekannten Taylorentwicklung der Sinus-Funktion in die Identität $x = \sin y$ und anschließendem Koeffizientenvergleich.

Hausübungen

H18

3 Punkte

Ermitteln Sie die Taylorreihe von

$$f(x) = \frac{5x-1}{x^2-1} \quad \text{um } x_0 = 0.$$

Hinweis: Vereinfachen Sie den Bruch mittels Partialbruchzerlegung. Erkennen Sie hieraus eine Darstellung der geometrischen Reihe.

H19

4 Punkte

Berechnen Sie folgendes bestimmte Integral

$$\int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$$

bis auf einen maximalen Fehler von 10^{-2} .

H20

3 Punkte

Gesucht ist ein Näherungswert \tilde{e} für die Eulersche Zahl e mit einem Fehler von höchstens 10^{-5} .

H21

1+3+2 Punkte

Das Anfangswertproblem des mathematischen Pendels

$$u''(t) = -\sin u(t), \quad u(0) = 0, \quad u'(0) = 1,$$

soll durch einen Potenzreihenansatz

$$u(t) = a_0 + a_1 t + \dots + a_5 t^5 + O(t^6)$$

approximativ gelöst werden.

- (i) Nehmen Sie an, daß $u(t)$ eine in t ungerade Funktion ist. Welche Koeffizienten sind dann bereits bestimmt?
- (ii) Ermitteln Sie die verbleibenden Koeffizienten (bis einschließlich a_5) durch Einsetzen des Ansatzes jeweils in die linke und rechte Seite der Differentialgleichung und anschließendem Koeffizientenvergleich.
- (iii) Zeigen Sie, daß $u_{lin}(t) = \sin t$ eine Lösung des *linearisierten* Problems

$$u''(t) = -u(t), \quad u'(0) = 1,$$

darstellt. Vergleichen Sie diese Näherung mit Ihrem Resultat aus (ii) und der bekannten Taylorentwicklung der Sinusfunktion.