

(Testfragen)

Es sei $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion. Welche der folgenden Aussagen sind wahr bez. falsch?

- a) Wenn f differenzierbar, so auch $g_1(x) = e^{f(x)}$, $g_2(x) = \sin(f(x))$ und $g_3(x) = f(-x)$.
- b) Wenn f differenzierbar, so auch $g_4(x) = ||f(x)||$.
- c) Wenn f differenzierbar, so ist f auch stetig.
- d) Wenn f stetig, so ist f auch differenzierbar.

(G 1) partielle Ableitungen

Ermitteln Sie alle ersten und zweiten partiellen Ableitungen von

- a) $f(x, y) = (x + \sin y)^3 + (\cos x + y)^2$ und
- b) $f(x, y, z) = x^2y^2 + z^2(x + y)$.

(G 2) Gradient, Richtungsableitung und Tangentialebene

Gegeben sei die Funktion $f(x, y) = xe^{2x-y^2}$.

- a) Ermitteln Sie den Gradienten von f an der Stelle $(2, 2)$.
- b) Ermitteln Sie die Richtungsableitung von f in Richtung des Vektors $\frac{1}{5}(3, 4)$ an der Stelle $(2, 2)$.
- c) Geben Sie eine Gleichung der Tangentialebene an f im Punkt $(2, 2)$ an.

(G 3) Extrema einer Funktion

Gegeben sei die Funktion $f(x, y) = e^{x+y^4-2y^2} - x$ im Definitionsbereich \mathbb{R}^2 .

- a) Ermitteln Sie Art und Lage der lokalen Extrema.
- b) Besitzt f globale Maxima bez. globale Minima?

(G 4) Taylor-Polynom

Ermitteln Sie das Taylor-Polynom zweiten Grades der Funktion $f(x, y) = \frac{1}{1-x+2y}$.

(H 1) partielle Ableitungen

Gegeben sei die Funktion $f(x, y) = \ln(x^2 + y^4) + \sqrt{1 - x^2 - y^2}$.

- Geben Sie den größtmöglichen Definitionsbereich im \mathbb{R}^2 an, in dem f differenzierbar ist.
- Ermitteln Sie in dort die partiellen Ableitungen erster Ordnung von f .

(H 2) Gradient, Richtungsableitung und Tangentialebene

Gegeben sei die Funktion $f(x, y) = (x + 2y)^4 + e^{x+3y}$.

- Ermitteln Sie den Gradienten von f an der Stelle $(3, -1)$.
- Ermitteln Sie die Richtungsableitung von f in Richtung des Vektors $\frac{1}{5}(4, 3)$ an der Stelle $(3, -1)$.
- Geben Sie eine Gleichung der Tangentialebene an f im Punkt $(3, -1)$ an.

(H 3) Extrema einer Funktion

Gegeben sei die Funktion $f(x, y) = \frac{x}{1+x^2} + \frac{y^3}{1+y^6}$.

- Ermitteln Sie Art und Lage der lokalen Extrema.
- Besitzt f globale Maxima bez. globale Minima?

(H 4) Taylor-Polynom

Ermitteln Sie das Taylor-Polynom zweiten Grades der Funktion $f(x, y) = e^{\sin x + \cos y}$.