

(Testfragen)

Die Differentialgleichung

$$y'' = p(x)y' + q(x)y$$

besitze die zwei Lösungen  $y_1(x)$  und  $y_2(x)$ . Zeigen Sie, dass dann  $y_3(x) = y_1(x) - y_2(x)$  sowie  $y_4(x) = cy_1(x)$  mit  $c \in \mathbb{R}$  ebenfalls Lösungen der Differentialgleichung sind.

(G 1) Differentialgleichung zweiter Ordnung

a) Ermitteln Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y'' + y' = x^2 .$$

b) Welche Lösung genügt den Anfangsbedingungen  $y(0) = y'(0) = 1$ ?

(G 2) Anfangswertproblem zweiter Ordnung

Ermitteln Sie die Lösung des Anfangswertproblems  $y'' = 12\sqrt{y}$  mit  $y(1) = 1$  und  $y'(1) = 4$ .

Zeigen Sie, dass diese Differentialgleichung zu den Anfangswerten  $y(0) = y'(0) = 0$  mehrere Lösungen besitzt.

(G 3) Lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung

Wir betrachten für  $x \neq 0$  die Differentialgleichung

$$x^2 y'' - xy' - 3y = 0 .$$

a) Zeigen Sie, dass  $y_1(x) = x^3$  eine Lösung ist.

b) Ermitteln Sie nun alle Lösungen der Differentialgleichung.

(G 4) Lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung

Wir betrachten die Differentialgleichung

$$y'' + 4y' + 3y = 0 .$$

a) Ermitteln Sie eine spezielle Lösung der Form  $y_1(x) = e^{\lambda x}$  mit einem  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

b) Ermitteln Sie nun alle Lösungen der Differentialgleichung.

(H 1) Differentialgleichung zweiter Ordnung

a) Ermitteln Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y'' - 2y' = e^{2x} .$$

b) Welche Lösung genügt den Anfangsbedingungen  $y(0) = y'(0) = 1$ ?

(H 2) Anfangswertproblem zweiter Ordnung

Ermitteln Sie die Lösung des Anfangswertproblems  $y'' = 2y + 2y^3$  mit  $y(0) = 0$  und  $y'(0) = 1$ .

(H 3) Lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung

Wir betrachten die Differentialgleichung

$$x^2 y'' - 7xy' + 15y = 0 .$$

a) Ermitteln Sie eine spezielle Lösung der Form  $y_1(x) = x^n$  mit für ein  $n \in \mathbb{R}$ .

b) Ermitteln Sie nun alle Lösungen der Differentialgleichung.