

(Testfragen)

Welche der folgenden Aussagen sind in der Ebene wahr bez. falsch?

- a) Durch zwei Punkte geht stets eine Gerade.
- b) Durch drei Punkte geht stets eine Gerade.
- c) Wenn zwei Geraden nicht parallel liegen, so stehen sie senkrecht aufeinander.
- d) Steht Gerade f senkrecht auf Gerade g und g senkrecht auf Gerade h , so liegen f und h parallel.

(G 1) Geraden in der Ebene

Es seien $P = (2, 0)$, $Q = (5, 4)$ sowie $R = (3, 3)$ drei Punkte und g die Gerade durch P und Q .

- a) Geben Sie eine Parameterdarstellung der Geraden g an.
- b) Ermitteln Sie eine Darstellung von g in der Form $Ax + By = C$.
- c) Liegt der Punkt R auf g ?
- c) Es sei h die Gerade senkrecht zu g durch den Punkt R . Geben Sie eine Darstellung von h in der Form $Ax + By = C$ an.
- e) Ermitteln Sie den Schnittpunkt von g und h .

(G 2) Hessesche Normalform

Die Gerade g sei durch die Parameterdarstellung $\vec{r} = (2, 1)^T + t(3, 2)^T$.

- a) Ermitteln Sie einen Normalenvektor von g sowie einen Punkt P , welcher auf g liegt.
- b) Geben Sie eine Hesse-Normalform von g an.
- c) Ermitteln Sie den Abstand des Punktes $Q = (1, 1)$ zu g .

(G 3) Länge und Skalarprodukt von Vektoren

- a) Ermitteln Sie den Winkel zwischen den Vektoren $(3, 4)^T$ und $(1, 1)^T$.
- b) Zeigen Sie, dass der Winkel zwischen zwei Vektoren nur von deren Richtung, nicht jedoch der Länge abhängt, d.h. zeigen Sie folgendes: Sind \vec{r} und \vec{s} zwei Vektoren und $a, b > 0$ zwei reelle Zahlen, so sind die Winkel zwischen \vec{r} und \vec{s} sowie $a\vec{r}$ und $b\vec{s}$ gleich groß.
- c) Beweisen Sie für beliebige Vektoren \vec{u} und \vec{v} die Parallelogrammgleichung

$$|\vec{u} + \vec{v}|^2 + |\vec{u} - \vec{v}|^2 = 2(|\vec{u}|^2 + |\vec{v}|^2).$$

Erklären Sie anhand einer Skizze den Namen Parallelogrammgleichung.

(H 1) Geraden in der Ebene

Die Gerade g sei durch die Gleichung $2x + y = 10$ erklärt. Die Gerade h enthalte den Punkt $(1, 1)$ und besitze den Richtungsvektor $(1, 3)^T$.

- a) Geben Sie die Schnittpunkte von g mit den Koordinatenachsen an, d.h. die Schnittpunkte von g mit x - sowie y -Achse.
- b) Zeigen Sie, dass die Gerade durch die Punkte $(3, 3)$ sowie $(2, 5)$ parallel zu g liegt und nicht mit g übereinstimmt.
- b) Ermitteln Sie eine Parameterdarstellung von g sowie eine Darstellung $Ax + By = C$ von h .
- c) Berechnen Sie den Schnittpunkt von g und h .

(H 2) Hesse-Normalform

Die Gerade g gehe durch die Punkte $(1, -1)$ sowie $(4, 3)$, die Gerade h ist durch die Gleichung $y - x = 1$ gegeben.

- a) Ermitteln Sie die Hesse-Normalformen von g und h .
- b) Berechnen Sie alle auf h liegenden Punkte, welche zur Geraden g den Abstand 1 haben.
Hinweis: Es gibt genau zwei solche Punkte.

(H 3) Dreieck in der Ebene

Ein Dreieck PQR ist gegeben durch die drei Eckpunkte $P = (1, 2)$, $Q = (3, 1)$ und $R = (5, 4)$.

- a) Skizzieren Sie das Dreieck.
- b) Berechnen Sie die Seitenlängen des Dreiecks.
- c) Ermitteln Sie die Größe des am Punkt P anliegenden Winkels.
- d) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks PQR .
Hinweis: Sind a und b zwei Seitenlängen und γ der an a und b anliegende Winkel, so berechnet man den Flächeninhalt durch $A = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$.