Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. R. Farwig
Annett Keller
Sergiy Nesenenko

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

SS 2006
30.06.06

Mathematik II für ET, WI(ET), ET(LAB), SpoInf, IKT, CE, EPE, IST
Übung 11

Gruppenübung

G28: (Methode der kleinsten Quadrate) Das Gleichungssystem $Ax = y$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ und } y = \begin{pmatrix} 251 \\ 352 \\ -399 \\ 549 \end{pmatrix}$$

soll gelöst werden.

a) Ist das System $Ax = y$ lösbar? Begründung.

b) Stellen Sie die *Gaußschen Normalgleichungen*, d.h. $A^T Ax = A^T y$, zu dem gegebenen Gleichungssystem auf und bestimmen Sie dessen Lösung x.

G29: (Extremwertbestimmung unter Nebenbedingungen)
Bestimmen Sie das Volumen ($V = 8xyz$) des größten Quaders mit achsenparallelen Kanten der Länge $2x$, $2y$ bzw. $2z$ innerhalb des Ellipsoids $x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1$.

G30: Seien die Funktionen $x = g(t)$ und $y = h(t)$ stetig differenzierbar Lösungen der Gleichung $x^y = 2$. Finden Sie die Beziehung zwischen dx/dt und dy/dt.

Hausübung

H28: (Methode der kleinsten Quadrate) Das Gleichungssystem $Ax = y$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \text{ und } y = \begin{pmatrix} 401 \\ 201 \\ 449 \\ 149 \end{pmatrix}$$

soll gelöst werden.

a) Ist das System $Ax = y$ lösbar? Begründung.

b) Stellen Sie die *Gaußschen Normalgleichungen* zu dem gegebenen Gleichungssystem auf und bestimmen Sie dessen Lösung x.

c) Beurteilen Sie die Qualität der nach b) gewonnenen Näherungslösung für das ursprüngliche Gleichungssystem, indem Sie den Quotienten

$$\frac{\|Ax - y\|}{\|y\|} \times 100\%$$

berechnen.

H29: (Extremwertbestimmung unter Nebenbedingungen)

Bestimmen Sie die Scheitelpunkte der Ellipse $x^2 + xy + y^2 = 5$, d.h. die Punkte (x, y) mit dem größten bzw. kleinsten Abstand ($\sqrt{x^2 + y^2}$) zum Ursprung $(0, 0)$.

H30: (Parameterintegrale)

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ stetig und

$$x(t) = \frac{1}{k} \int_0^t f(u) \sin k(t-u) du.$$

Berechnen Sie dx/dt und d^2x/dt^2. Zeigen Sie, dass die Funktion $x(t)$ die Gleichung $d^2x/dt^2 + k^2x = f(t)$ löst.