



Mathematik II für ET, WI(ET), ET(LAB), SpoInf, IKT, CE, CMPE, IST

1. Übung

Gruppenübung

G 1 Taylorpolynom

Bestimmen Sie das Taylorpolynom $T_3(x, x_0)$ für die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \exp(\cos x)$ an der Entwicklungsstelle $x_0 = 0$ sowie das zugehörige Lagrange-Restglied $R_4(x, x_0)$.
Welchen Fehler begeht man höchstens, wenn die Funktion f im Intervall $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}]$ durch das ermittelte Taylorpolynom dritten Grades ersetzt wird?

G 2 Konvergenzradius

Ermitteln Sie den Konvergenzradius R der Potenzreihe

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} x^n.$$

Untersuchen Sie das Konvergenzverhalten der Reihe für $R = -1$ und $R = 1$.
Mittels Differentiation finden Sie eine Darstellung von f durch bekannte Funktionen.

G 3 Fourierreihe

Wie lautet die Fourierreihe FR der Funktion

$$f(x) = (x - \pi)^2, \quad 0 \leq x < 2\pi, \quad f(x) = f(x + 2\pi)?$$

Skizzieren Sie diese Funktion und ermitteln Sie mit Hilfe von FR die Summen der Reihen

$$(i) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \quad (ii) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}.$$

Hinweis: $\int x \cos(nx) dx = \left(\frac{\cos(nx)}{n^2} + x \frac{\sin(nx)}{n}\right)$
 $\int x^2 \cos(nx) dx = \frac{2x}{n^2} \cos(nx) + \left(\frac{x^2}{n} - \frac{2}{n^3}\right) \sin(nx).$

Hausübung

H 1 Taylorpolynom

Berechnen Sie das Taylorpolynom $T_3(x, 1)$ zu $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x(x - \ln x)$. Berechnen Sie ebenfalls $T_3(\frac{2}{3}, 1)$ und schätzen Sie den zugehörigen Fehler ab.

H 2 Konvergenzradius

Bestimmen Sie den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen.

$$(i) \sum_{n=0}^{\infty} \exp(-n)x^n \quad (ii) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{2^n} x^n \quad (iii) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$$

H 3 **Fourierreihe**

Sei die Funktion f 2π -periodisch und gegeben durch

$$f(x) = \begin{cases} |x - \frac{\pi}{2}| - \frac{\pi}{2} & 0 \leq x < \frac{3}{2}\pi \\ 2\pi - x & \frac{3}{2}\pi \leq x < 2\pi. \end{cases}$$

- (i) Skizzieren Sie die Funktion im Intervall $[-2\pi, 2\pi]$!
- (ii) Bestimmen Sie die Fourierreihe der Funktion.

Hinweis: $\int x \sin(nx) dx = \frac{\sin(nx)}{n^2} - x \frac{\cos(nx)}{n}$