



Mathematik II für Chemiker und LaB, Übung 5

Gruppenübung

G 13 Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

- Berechnen Sie die Inverse A^{-1} von A .
- Lösen Sie nun die Gleichungssysteme

$$Ax = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad Ax = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad Ax = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

G 14 Gegeben seien die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 6 & 3 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

und die Vektoren

$$b_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad b_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad b_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad b_4 = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Welche der Vektoren b_1 bis b_4 sind Eigenvektoren der Matrix A ?
Was sind die zugehörigen Eigenwerte?

G 15 Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

- Berechnen Sie das charakteristische Polynom von A .
- Ermitteln Sie die Eigenwerte von A als Nullstellen des charakteristischen Polynomes.
- Bestimmen Sie nun zu jedem Eigenwert die zugehörigen Eigenvektoren.

Hausübung

H 13 Gegeben sind die folgenden Matrizen und Vektoren:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -6 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix}.$$

- Berechnen Sie die inversen Matrizen A^{-1} , B^{-1} und $(AB)^{-1}$.
- Lösen Sie die linearen Gleichungssysteme $Ax = b$, $Ax = c$ und $ABx = b$ mit Hilfe der in Aufgabenteil a) erzielten Ergebnisse.

H 14 Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix A .

H 15 Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 4 & a & b \\ 1 & 4 & b \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

mit Parametern $a, b \in \mathbb{R}$ und der Vektor

$$v = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

Für welche Werte von a und b ist v ein Eigenvektor der Matrix A ?

Berechnen Sie in diesem Fall auch die anderen Eigenwerte und Eigenvektoren von A .