



Mathematik II für Chemiker und LaB, Übung 4

Gruppenübung

G 10 a) Ermitteln Sie alle Lösungen $x = (x_1, x_2, x_3)$ des Gleichungssystems

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + x_3 &= 1 \\2x_1 + 3x_2 + x_3 &= 1 \\3x_1 + x_2 + 2x_3 &= 10.\end{aligned}$$

b) Ermitteln Sie alle Lösungen $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ des Gleichungssystems

$$\begin{aligned}3x_1 - x_3 &= 5 \\x_1 - 2x_3 + x_4 &= 0 \\x_1 + 2x_3 - 4x_4 &= 4 \\2x_1 + x_3 - 3x_4 &= 5.\end{aligned}$$

G 11 Gegeben seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

- Berechnen Sie, falls möglich, folgende Summen $A + B$, $A + C$ und $B + C$.
- Berechnen Sie, falls möglich, folgende Matrizenprodukte A^2 , AB , BA , $B^T A$ und B^2 .
- Berechnen Sie die Matrizenprodukte AC und CA und vergleichen Sie die Ergebnisse.

G 12 Die Firma "Felgi & Söhne" stellt Aluminiumfelgen her. Ihre Forschungslabors haben festgestellt, dass man aus einer Aluminiumlegierung mit 8% Magnesium und 6% Zink besonders haltbare und leichte Felgen herstellen kann. Diese Legierung gibt es jedoch nicht zu kaufen. Der Einkäufer kann aber Legierungen A, B, C und D erwerben, die folgende Anteile (in %) an Magnesium und Zink enthalten:

| Legierung | A | B | C | D |
|------------------------|------|------|------|-----|
| Magnesiumgehalt | 6 | 10 | 8 | 4 |
| Zinkgehalt | 7 | 3 | 13 | 1 |
| Preis pro Tonne (Euro) | 1000 | 1500 | 2000 | 500 |

- Welche Anteile kann man aus A, B, C und D wählen, um eine Tonne der gewünschten Legierung herzustellen?
- Geben Sie die preisgünstigste Lösung für die Firma an.

Hausübung

H 10 Überprüfen Sie, ob die folgenden linearen Gleichungssysteme

$$\begin{array}{lcl} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 & & x_1 + 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 0 & \text{und} & 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 + 9x_3 = 0 & & 4x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \end{array}$$

lösbar sind. Bestimmen Sie gegebenenfalls die allgemeine Lösung.

H 11 Gegeben sei die Matrix

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}.$$

- Berechnen Sie M^2 , M^3 und M^4 .
- Bestimmen Sie nun M^n für eine beliebige, natürliche Zahl $n \in \mathbb{N}$.
- Berechnen Sie $M + M^2 + M^3$.

H 12 Ein Tierzuchtbetrieb verwendet Futter, das aus den drei Futtermitteln F_1 , F_2 , F_3 gemischt wird. Der Anteil (in Mengeneinheiten ME pro kg) der einzelnen Futtermittel an Eiweiss, Kohlehydraten und Fett entnimmt man der folgenden Tabelle:

| Futter | Eiweiss | Kohlehydrate | Fett |
|--------|---------|--------------|------|
| F_1 | 2 | 3 | 1 |
| F_2 | 3 | 2 | 5 |
| F_3 | 1 | 3 | 1 |

- Wieviel Kilogramm von F_1 , F_2 , F_3 sind für die Mischungen zu verwenden, wenn das Mischfutter 80 ME Eiweiss, 122 ME Kohlehydrate, 45 ME Fett enthalten soll?
- Ist mit F_1 , F_2 , F_3 auch ein Mischfutter zu realisieren, das 90 ME Eiweiss, 120 ME Kohlehydrate und 50 ME Fett enthält?