



# 13. Übungsblatt zur Mathematik II für BI, MaWi, WI(BI), AngGeo und VI

## Gruppenübung

### Aufgabe G1

Berechnen Sie mit Hilfe des Transformationssatzes den Wert des Integrals

$$I_R = \int_{B_R} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2}\right) d(x, y)$$

in Abhängigkeit von  $R$ . Der Integrationsbereich ist dabei die Kreisscheibe vom Radius  $R$  mit Mittelpunkt  $(0, 0)$ :

$$B_R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq R^2\}.$$

Berechnen Sie weiterhin den Grenzwert  $\lim_{R \rightarrow \infty} I_R$ .

*Hinweis:* Verwenden Sie die Transformation (Polarkoordinaten)

$$g : [0, \infty[ \times [0, 2\pi[ \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad g(r, \varphi) = \begin{pmatrix} r \cos(\varphi) \\ r \sin(\varphi) \end{pmatrix}.$$

### Aufgabe G2

Der Membranmantel eines Kühlturms  $K$  lässt sich als Rotationskörper darstellen. Dabei wird das Hyperbelstück

$$x^2 - z^2 = 1, \quad -1 \leq z \leq 1$$

um die  $z$ -Achse gedreht. Stellen Sie die Menge  $K$  in kartesischen Koordinaten dar und berechnen Sie dann das Volumen mit Hilfe einer geeigneten Transformation.

### Aufgabe G3

Sei  $a, b > 0$ . Berechnen Sie den Flächeninhalt der Ellipse

$$E = \left\{ (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x_1^2}{a^2} + \frac{x_2^2}{b^2} \leq 1 \right\}.$$

Begründen Sie zunächst, wieso  $E$  ein Normalbereich ist.

*Hinweis:* Benutzen Sie die Transformation (verallgemeinerte Polarkoordinaten)

$$g : [0, \infty[ \times [0, 2\pi[ \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad g(r, \varphi) = \begin{pmatrix} ar \cos(\varphi) \\ br \sin(\varphi) \end{pmatrix}.$$

### Hinweise zur Vordiplomprüfung

1. In der Vordiplomprüfung wird der Stoff bis einschließlich

#### **Kap. VIII, §3 Transformationsformel**

geprüft.

2. Zur Vordiplomprüfung sind **keine** Hilfsmittel zugelassen (gleiche Regelung wie bei den Scheinklausuren).
3. Es ist geplant, 1-2 Wochen vor der Vordiplomprüfung Sprechstunden anzubieten. Die genauen Termine werden rechtzeitig auf unserer Webseite bekanntgegeben.