Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. K. Ritter
Dr. M. Geißert
Dr. H. Heck

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

SS 2006
6.7.2006

11. Übungsblatt zur Mathematik II für BI, MaWi, WI(BI), AngGeo und VI

Gruppenübung

Aufgabe G1

Bestimmen Sie mit Hilfe einer Lagrange-Funktion die Extremalwerte von $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x, y) = xy,$$

unter der Nebenbedingung $g(x, y) = x^2 + 2y^2 - 1 = 0$. Ist diese Aufgabe auch mit den Methoden aus dem ersten Semester lösbar? Geben Sie gegebenfalls die Vorgehensweise an.

Aufgabe G2

Gegeben seien die Mengen

$$G_1 = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \, 0 \le x \le 1, \, 0 \le y \le 1\right\},$$
$$G_2 = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \, 0 \le x \le 1, \, -1 \le y \le 1\right\}.$$

(a) Skizzieren Sie die Mengen G_1 und G_2.

(b) Berechnen Sie die Integrale

$$\int_{G_1} y(1 - x)\, d(x, y), \quad \int_{G_2} y(1 - x)\, d(x, y).$$

Aufgabe G3

Bestimmen Sie drei positive Zahlen, deren Summe gleich 90 und deren Quadratsumme minimal ist. Interpretieren Sie das Problem zunächst geometrisch, berechnen Sie dann ein lokales Extremum mit Hilfe einer geeigneten Lagrange-Funktion und begründen Sie dann geometrisch, wieso das gefundene lokale Extremum ein Minimum ist.

Hausübung

Aufgabe H1

Betrachten Sie zylindrische Dosen. Es bezeichne r den Radius einer Dose und h die Höhe. Die Oberfläche O beträgt dann $O(r,h) = 2\pi r^2 + 2\pi rh$ und das Volumen $V(r,h) = \pi r^2 h$. Berechnen Sie die minimale Oberfläche einer Dose mit Hilfe einer Lagrange-Funktion bei einem Dosenvolumen von 1000 Volumeneinheiten.
Hinweis: Verwenden Sie ohne Beweis, dass die gefunden Stelle das gesuchte Minimum ist.

Aufgabe H2

(a) Sei $Q = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \le x \le 2,\, 3 \le y \le 5\}$ und $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x,y) = \cos(2\pi x)e^{3y}.$$

i. Skizzieren Sie Q und entscheiden Sie, ob $\int_Q f(x,y)d(x,y)$ existiert.
ii. Prüfen Sie, ob die iterierten Integrale

$$\int_1^2 [\int_3^5 f(x,y)\,dy]\,dx \quad \text{und} \quad \int_3^5 [\int_1^2 f(x,y)\,dx]\,dy$$

übereinstimmen.

(b) Sei $G = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \le x \le 4,\, -1 \le y \le 2,\, 0 \le z \le \pi\}$. Berechnen Sie

$$\int_G (x^3 y \cos(z) - 3e^x y^2 + 2xy\sin(z))\,d(x,y,z).$$

Raumeinteilung zur Klausur am 8. Juli 2006 von 13-15 Uhr

Nr.	Übungsleiter	Raum
1	Nicole Dienstl	S311/08
2	Abdelhamid Ayat	S311/08
3	Walter Reußwig	S306/051
4	Marion Jähne	S103/221
5	Matthias Geißert/Horst Heck	S311/0012
6	Matthias Geißert/Horst Heck	S311/0012

Bitte finden Sie sich pünktlich in dem für Sie angegebenen Raum ein und bringen Sie ihren Studienausweis und ein Lichtbildausweis mit.