Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. K. Ritter
Dr. M. Geißert
Dr. H. Heck

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

SS 2006
29.6.2006

10. Übungsblatt zur Mathematik II für BI, MaWi, WI(BI), AngGeo und VI

Gruppenübung

Aufgabe G1

Es seien $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ und $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y,z) := \begin{pmatrix} xyz \\ -xyz \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad g(x,y) := x^3 + y^3 - 3xy$$

gegeben.

(a) Bestimmen Sie alle der folgenden Ausdrücke, die Sinn machen: $(\text{grad } f)(x,y,z)$, $J_f(x,y,z)$, $H_f(x,y,z)$, $(\text{grad } g)(x,y)$, $J_g(x,y)$, $H_g(x,y)$.

(b) Bestimmen Sie alle lokalen Extrema von g.

(c) Ist die Frage nach lokalen Extrema von f sinnvoll? Begründen Sie ihre Antwort.

Aufgabe G2

Geben Sie jeweils eine Teilmenge des $\mathbb{R}^2$ an, die

(a) nicht abgeschlossen und nicht beschränkt,

(b) kompakt,

(c) unbeschränkt und abgeschlossen,

(d) beschränkt und nicht abgeschlossen,

ist.

Aufgabe G3

Wir betrachten die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) := \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

(a) Sei $v \in \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$ mit $\|v\| = 1$. Berechnen Sie die Richtungsableitung in $(0,0)$ mit dem Differenzenquotienten, d.h.

$$\partial_v f(0,0) = \lim_{t \to 0} \frac{f(tv) - f((0,0))}{t}.$$

(b) Sei $v \in \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$ mit $\|v\| = 1$. Gilt $\partial_v f(0,0) = \langle \operatorname{grad} f(0,0), v \rangle$?

(c) Wieso darf die Formel aus dem Skript nicht angewendet werden?

Hinweis: Schreiben Sie v in der Form $\begin{pmatrix} \cos(\varphi) \\ \sin(\varphi) \end{pmatrix}$, $\varphi \in [0, 2\pi)$.

Hausübung

Aufgabe H1

Es seien die Funktionen $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ und $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x,y) = -x^2 + 2xy - y^3, \quad g(x) = \begin{pmatrix} \cos(x) \\ \sin(x) \end{pmatrix}, \quad h(x) = f\left(g(x)\right).$$

(a) Geben Sie die partiellen Ableitungen f_x, f_y, f_{xx}, f_{xy}, f_{yx}, f_{yy} an.
Stimmen f_{xy} und f_{yx} überein?

(b) Bestimmen Sie die erste Ableitung von h mit der Kettenregel.

(c) Bestimmen Sie $h'(x)$ direkt.

Aufgabe H2

Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x,y) := x^2 + xy + y^2 + x + y + 1.$$

Bestimmen Sie alle lokalen Extrema.

Raumeinteilung zur Klausur am 8. Juli 2006 von 13-15 Uhr

Nr.	Übungsleiter	Raum
1	Nicole Dienstl	S311/08
2	Abdelhamid Ayat	S311/08
3	Walter Reußwig	S306/051
4	Marion Jähne	S103/221
5	Matthias Geißert/Horst Heck	S311/0012
6	Matthias Geißert/Horst Heck	S311/0012

Bitte finden Sie sich pünktlich in dem für Sie angegebenen Raum ein und bringen Sie ihren Studienausweis und ein Lichtbildausweis mit.