



## 7. Übungsblatt zur Mathematik II für BI, MaWi, WI(BI), AngGeo und VI

### Gruppenübung

#### Aufgabe G1

Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der folgenden linearen Abbildungen.  
(Machen Sie sich zuvor die geometrische Bedeutung von Eigenwerten klar.)

- (a)  $f_1 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $f_1$  beschreibt die Spiegelung an der Geraden  $G = \mathbf{Lin}\left\{\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}$ .
- (b)  $f_2 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $f_2$  beschreibt die Drehung um den Winkel  $\frac{\pi}{2}$  gegen den Uhrzeigersinn mit Drehachse  $\mathbf{Lin}\left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}\right\}$ .
- (c)  $f_3 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $f_3$  beschreibt die orthogonale Projektion auf die  $x_1$ -Achse.

#### Aufgabe G2

Bestimmen Sie die Eigenwerte der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

#### Aufgabe G3

Gegeben sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -6 & 3 & -1 \\ 6 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

- (a) Bestimmen Sie das charakteristische Polynom von  $A$ .
- (b) Bestimmen Sie alle Eigenwerte und Eigenvektoren.
- (c) Ist  $A$  diagonalähnlich? Falls ja, geben Sie eine Diagonalmatrix  $D$  und eine Matrix  $T$  an, so dass  $T^{-1}AT = D$  gilt.

## Hausübung

### Aufgabe H1

Bestimmen Sie reelle Zahlen  $a, b \in \mathbb{R}$  so, dass die Matrix

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 2a & a \\ 0 & b & 0 \end{pmatrix}$$

symmetrisch ist und die Eigenwerte  $0$ ,  $-2$  und  $2$  besitzt. Wie lauten zugehörige Eigenvektoren?

### Aufgabe H2

Gegeben sei

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -3 & -3 \\ -2 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

- (a) Bestimmen Sie das charakteristische Polynom von  $A$ .
- (b) Bestimmen Sie alle Eigenwerte und Eigenvektoren.
- (c) Ist  $A$  diagonalähnlich? Falls ja, geben Sie eine Diagonalmatrix  $D$  und eine Matrix  $T$  an, so dass  $T^{-1}AT = D$  gilt.